Adda247 GET IT ON Google Play

Total No. of Questions : 8] *[Total No. of Printed Pages : 6*

Roll No .....

BT-102 (GS)

B.Tech., I & II Semester

Examination, June 2025

Grading System (GS)

Mathematics-I

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

Note: i) Attempt any five questions.

किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए।

ii) All questions carry equal marks.

सभी प्रश्नों के समान अंक हैं।

iii) In case of any doubt or dispute the English version question should be treated as final.

किसी भी प्रकार के संदेह अथवा विवाद की स्थिति में अंग्रेजी भाषा के प्रश्न को अंतिम माना जायेगा।

1. a) Prove that a rectangular solid of maximum volume within a sphere is a cube.

सिद्ध कीजिए कि एक गोले के भीतर अधिकतम आयतन वाला आयताकार ठोस एक घन हैं।

b) If $u = \tan^{-1}\frac{x^3+y^3}{x-y}$ then prove that $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}$

यदि $u = \tan^{-1}\frac{x^3+y^3}{x-y}$ सिद्ध कीजिए $x\frac{\partial u}{\partial x}+y\frac{\partial u}{\partial y}$

Adda247

Test Prime

ALL EXAMS, ONE SUBSCRIPTION

1,00,000+ Mock Tests

Personalised Report Card

Unlimited Re-Attempt

600+ Exam Covered

25,000+ Previous Year Papers

500% Refund

IBPS · NABARD · INDIAN RAILWAYS

ATTEMPT FREE MOCK NOW

Adda247 GET IT ON Google Play

2. a) Show that the surface area of solid generated by revolution of the loop of curve $x = t^2, y = t - t^3/3$ about the x-axis is 3π.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = t^2, y = t - t^3/3$ के लूप को x-अक्ष के सापेक्ष घूर्णन कराने से बनने वाले ठोस का पृष्ठीय क्षेत्रफल 3π होता हैं।

b) Change the order of integration in the following integral and then evaluate

निम्न द्विघात समाकलन का क्रम बदलकर उसका मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^1 \int_{e^x}^{e} \frac{dxdy}{\log y}$$

3. a) Find the Fourier Series for $f(x) = x + x^2 \text{ in } (-\pi, \pi)$

$f(x) = x + x^2; (-\pi, \pi)$ फूरियर श्रृंखला ज्ञात कीजिए।

b) Find the half range sine series for $f(x) = x(\pi - x) \text{ in } (0, \pi)$. Hence Deduce that

$$\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} ..... = \frac{\pi^3}{32}$$

$f(x) = x(\pi - x); (0, \pi)$ के लिए अर्ध-श्रेणी Sine श्रृंखला ज्ञात कीजिए। तथा निष्कर्ष निकालें कि $\frac{1}{1^3} - \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^3} ..... = \frac{\pi^3}{32}$

Adda247 GET IT ON Google Play

4. a) Let W_1 and W_2 be subspaces of a vector space V and assume that $W_1 \cap W_2 = \{0\}$. Let $w_1 \in W_1$ and $w_2 \in W_2$ be such that $w_1 \neq 0$ and $w_2 \neq 0$. Prove that $\{w_1, w_2\}$ is linearly independent.

मान लीजिए W_1 और W_2 एक सदिश समष्टि V के उपसमष्टि हैं कि $W_1 \cap W_2 = \{0\}$ हैं। मान लीजिए $w_1 \in W_1$ और $w_2 \in W_2$ ऐसे हैं कि $w_1 \neq 0$ और $w_2 \neq 0$ हैं। सिद्ध कीजिए कि $\{w_1, w_2\}$, रैखिक रूप से स्वतंत्र हैं।

b) Let W_1 and W_2 be subspaces of a vector space V.

i) Prove that $W_1 \cap W_2$ is a subspace of V.

ii) Give an example to show that $W_1 \cup W_2$ need not be a subspace of V.

iii) Is $W_1 \setminus W_2$ a subspace of V?

मान लीजिए W_1 और W_2 एक सदिश समष्टि V के उपसमष्टि हैं।

i) सिद्ध कीजिए कि $W_1 \cap W_2$, V का उपसमष्टि हैं।

ii) यह दर्शाने के लिए एक उदाहरण दीजिए कि $W_1 \cup W_2$ को V का उपसमष्टि होने की आवश्यकता नहीं हैं।

iii) क्या $W_1 \setminus W_2$, V का उपसमष्टि हैं?

Adda247 GET IT ON Google Play

5. a) Find Eigen Value and Eigen vectors of $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{bmatrix}$ के अभिलाक्षणिक मान तथा अभिलाक्षणिक सदिश ज्ञात कीजिए।

b) Diagonalizable the matrix $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{bmatrix}$ मैट्रिक्स को विकर्णित कीजिए।

6. a) Reduce the matrix

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

to the normal form, hence find its rank.

मैट्रिक्स का सामान्य रूप ज्ञात कीजिए। इसलिए इसकी रैंक ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 2 & 6 \\ 7 & 4 & 5 \end{bmatrix}$$

Adda247 GET IT ON Google Play

b) Find the first 3 terms in the Maclaurin series for
मैकलॉरिन श्रृंखला में पहले 3 पद ज्ञात कीजिए।

i) $\sin^2 x$

ii) $x\,e^{-x}$

7. a) Investigate for what values of λ and μ, the simultaneous equation

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

Have

i) no solution

ii) a unique solution

iii) an infinite number of solutions

λ और μ के किन मानों के लिए समकालिक समीकरण जाँच करें।

$$x + y + z = 6$$
$$x + 2y + 3z = 10$$
$$x + 2y + \lambda z = \mu$$

i) कोई हल नहीं हैं

ii) एक अद्वितीय हल हैं

iii) अनंत संख्या में हल हैं

b) Find the Taylor series for the function $x^4 + x - 2$ centered at $a = 1$.

$a = 1$ पर केन्द्रित फलन $x^4 + x - 2$ के लिए टेलर श्रेणी ज्ञात कीजिए।

Adda247 GET IT ON Google Play

8. a) Evaluate $\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}$

$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y}$ मान ज्ञात कीजिए।

b) If $x^x y^y z^z = C$ then show that $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$

यदि $x^x y^y z^z = C$ तो दर्शाइये कि $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -(x \log ex)^{-1}$

******

Adda247