

Part-III

MATHEMATICS (COMMERCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2 ½ Hours
Cool-off time : 15 Minutes**General Instructions to candidates :**

- There is a 'cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool-off time'.
- Use the 'cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യനമ്പറിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.

1. Square matrix A is symmetric if $A' = A$ and skew symmetric if $A' = -A$.

$$\text{Given } A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

- (1) Is A a symmetric matrix? 1
 (2) Prove that $A + A'$ is symmetric. 1
 (3) Prove that $A - A'$ is skew symmetric. 1
 (4) Frame a rule related to a square matrix using (2) & (3). 2

2. Consider the equations.

$$x + y + 2z = 4$$

$$2x - y + 3z = 9$$

$$3x - y - z = 2$$

$$\text{if } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- (1) Find |A| 2
 (2) Solve the above system of equations. 3

3. Given that

$$\text{Limit}_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} = \text{Limit}_{x \rightarrow 5} (4 + x)$$

- (1) Evaluate $\text{Limit}_{x \rightarrow 5} (4 + x)$. 1
 (2) Find the possible values of 'a' from the given equation. 2

4. Match the following :

(1) $\frac{d}{dx} (1/x)$	$1/x$	1
(2) $\frac{d}{dx} (\log x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	1
(3) $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x)$	$-\frac{1}{x^2}$	1
(4) $\frac{d}{dx} (x^2)$	$\frac{x^3}{3}$	1
	$2x$	

1. A എന്ന സ്കെയർ മെട്രിക്സിൽ $A' = A$ ആയാൽ അത് സിമ്മെട്രിക്സും, $A' = -A$ ആയാൽ അത് സ്ക്യൂ സിമ്മെട്രിക്സുമാണ്.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ ആയാൽ}$$

- (1) A ഒരു സിമ്മെട്രിക് മെട്രിക്സ് ആണോ? 1
 (2) $A + A'$ സിമ്മെട്രിക്സ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. 1
 (3) $A - A'$ സ്ക്യൂ സിമ്മെട്രിക്സ് ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. 1
 (4) സ്കെയർ മെട്രിക്സിനെ സംബന്ധിച്ച ഒരു നിയമം (2) ഉം (3) ഉം ഉപയോഗിച്ച് രൂപീകരിക്കുക. 2

2. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ പരിഗണിക്കുക.

$$x + y + 2z = 4$$

$$2x - y + 3z = 9$$

$$3x - y - z = 2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ എങ്കിൽ}$$

- (1) |A| കണ്ടുപിടിക്കുക. 2
 (2) മുകളിൽ തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യങ്ങൾ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. 3

3. $\text{Limit}_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a} = \text{Limit}_{x \rightarrow 5} (4 + x)$
 എങ്കിൽ

- (1) $\text{Limit}_{x \rightarrow 5} (4 + x)$ കാണുക. 1
 (2) തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യത്തിൽ 'a' യ്ക്ക് സ്വീകരിക്കാവുന്ന വിലകൾ കണ്ടെത്തുക. 2

4. ചേരുമ്പടി ചേർക്കുക.

(1) $\frac{d}{dx} (1/x)$	$1/x$	1
(2) $\frac{d}{dx} (\log x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	1
(3) $\frac{d}{dx} (\tan^{-1} x)$	$-\frac{1}{x^2}$	1
(4) $\frac{d}{dx} (x^2)$	$\frac{x^3}{3}$	1
	$2x$	

Answer any one of 5 or 6 :

5. If $x = ct, y = c/t$

(1) Find $\frac{dx}{dt}$ & $\frac{dy}{dt}$ 2

(2) Evaluate $\frac{dy}{dx}$ 2

OR

6. Match the following :

(1) $\frac{d}{dx} (\cos^2 x + \sin^2 x)$	1	1
(2) $\frac{d}{dx} (x^x)$	0	1
(3) $\frac{d}{dx} (e^{\log_e x})$	$x \cdot x^{x-1}$	1
(4) $\frac{d^2}{dx^2} (x^2)$	2!	1
	$x^x(1 + \log_e x)$	

7. Fill in the blanks

(1) $\int \frac{dx}{1 + \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 1

(2) $\int \log x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 2

(3) $\int \sin x \sin 2x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 2

Answer any one of 8 or 9.

8. Consider the parabolas $y^2 = 8x$ and $x^2 = y$

(1) Draw a rough figure of the above two parabolas. 1

(2) Find their point of intersections. 2

(3) Find the area bounded by these curves. 2

OR

5, 6 എന്നീ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒന്നിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക.

5. $x = ct, y = c/t$ എങ്കിൽ

(1) $\frac{dx}{dt}$ & $\frac{dy}{dt}$ ഇവ കാണുക. 2

(2) $\frac{dy}{dx}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. 2

അല്ലെങ്കിൽ

6. ചേരുംപടി ചേർക്കുക :

(1) $\frac{d}{dx} (\cos^2 x + \sin^2 x)$ 1 1

(2) $\frac{d}{dx} (x^x)$ 0 1

(3) $\frac{d}{dx} (e^{\log_e x})$ $x \cdot x^{x-1}$ 1

(4) $\frac{d^2}{dx^2} (x^2)$ 2! 1

$x^x(1 + \log_e x)$

7. വിട്ടഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക.

(1) $\int \frac{dx}{1 + \cos x} = \underline{\hspace{2cm}}$ 1

(2) $\int \log x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 2

(3) $\int \sin x \sin 2x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 2

8, 9 എന്നീ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒന്നിനു മാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക.

8. $y^2 = 8x; x^2 = y$ എന്നീ പാരബോളുകൾ പരിഗണിക്കുക.

(1) രണ്ടു പാരബോളുകളുടെയും ഒരു ഏകദേശ ചിത്രം വരയ്ക്കുക. 1

(2) ഇവ പരസ്പരം ഖണ്ഡിക്കുന്ന ബിന്ദുക്കൾ കാണുക. 2

(3) ഈ വക്രങ്ങളുടെ പൊതുവായ വിസ്തീർണ്ണം കണക്കാക്കുക. 2

അല്ലെങ്കിൽ

9. Fill in the blanks.

- (1) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (2) $\int_{\frac{1}{2}}^1 1/x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (3) If $f(x)$ is an odd function
 $\int_{-a}^a f(x) \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (4) $\int_{-2}^0 |x| \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (5) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^3 x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1

10. Given $xy' + y = x \log x$

- (1) Write the standard form of a linear differential equation. 1
- (2) Write the given equation in the standard form of a linear differential equation. 1
- (3) Find the Integrating factor. 1
- (4) Solve the given equation. 2

11. Consider the curve $y = x^2 - 7x + 2$
Find

- (1) Slope of the tangent to this curve at $x = 4$. 1
- (2) Equation of the tangent at $x = 4$. 2
- (3) Equation of the normal at $x = 4$. 2

9. വിട്ടഭാഗം പൂരിപ്പിക്കുക.

- (1) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (2) $\int_{\frac{1}{2}}^1 1/x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (3) $f(x)$ ഒരു ഓഡ് ഫങ്ഷനാണെങ്കിൽ,
 $\int_{-a}^a f(x) \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (4) $\int_{-2}^0 |x| \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1
- (5) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^3 x \, dx = \underline{\hspace{2cm}}$ 1

10. $xy' + y = x \log x$ എന്ന് തന്നിരിക്കുന്നു.

- (1) ഒരു ലീനിയർ ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ സാമാന്യ രൂപം എഴുതുക. 1
- (2) തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യം ലീനിയർ ഡിഫറൻഷ്യൽ ഇക്വേഷന്റെ സാമാന്യ രൂപത്തിൽ എഴുതുക. 1
- (3) ഇന്റഗ്രേറ്റിങ് ഫാക്ടർ കാണുക. 1
- (4) തന്നിരിക്കുന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ മൂല്യം കാണുക. 2

11. $y = x^2 - 7x + 2$ എന്ന വക്രം പരിഗണിക്കുക.

- (1) ഈ വക്രത്തിൽ $x = 4$ ആകുന്ന ബിന്ദുവിലെ സ്പർശരേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് കാണുക. 1
- (2) $x = 4$ ആകുന്ന ബിന്ദുവിലെ സ്പർശരേഖയുടെ സമവാക്യം കാണുക. 2
- (3) $x = 4$ ആകുന്ന ബിന്ദുവിലെ നോർമലിന്റെ സമവാക്യം കാണുക. 2

12. Two distinguishable dice are thrown once
- (1) Write the sample space. 1
 - (2) What is the probability of getting odd number on the face of the first die and even number on the face of the second die? 2
 - (3) Find the probability of the sum of the faces are 8 or 10. 2

13. Consider the statement in a Boolean Algebra.

$$(x + y) + (x' \cdot y') = 1$$

- (1) Write the dual of the given statement. 2
- (2) Prove the dual statement using the properties of Boolean algebra. 3

14. Raj and Saj enter into a partnership business. Raj brings Rs. 1,00,000 and Saj Rs. 3,00,000. They agree to charge an interest 6 % p.a in the capital. Being manager of the firm they agreed to pay Rs. 8,000 p.m. to Raj. Remaining profits are divided in the ratio of capital investment. If the total profit of the year is Rs. 1,50,000, find

- (1) Raj's salary of the year 1
- (2) Profit amount to be shared 1
- (3) Capital investment ratio 1
- (4) Raj's profit 1
- (5) Saj's profit 1

12. തിരിച്ചറിയാവുന്ന രണ്ടു ഡൈകൾ ഒരു തവണ എറിയുന്നു. എങ്കിൽ
- (1) സാമ്പിൾ സ്പേസ് എഴുതുക. 1
 - (2) ഒന്നാമത്തെ ഡൈയിൽ ഒറ്റ സംഖ്യയും, രണ്ടാമത്തെ ഡൈയിൽ ഇരട്ട സംഖ്യയും കിട്ടാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി എന്ത്? 2
 - (3) രണ്ടു ഡൈകളുടെയും മുഖത്തുള്ള സംഖ്യകളുടെ തുക 8 അല്ലെങ്കിൽ 10 ആകാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. 2

13. $(x+y) + (x' \cdot y') = 1$ എന്ന ബുളിയൻ ആൾജിബ്രയുമായി ബന്ധപ്പെട്ട പ്രസ്താവന പരിഗണിക്കുക.

- (1) ഈ പ്രസ്താവനയുടെ ഡ്യൂവൽ എഴുതുക. 2
- (2) എഴുതിയ ഡ്യൂവൽ പ്രസ്താവന ബുളിയൻ ആൾജിബ്രയിലെ തത്വങ്ങൾ ഉപയോഗിച്ച് തെളിയിക്കുക. 3

14. രാജും, സാജും യഥാക്രമം 1,00,000 രൂപയും 3,00,000 രൂപയും നിക്ഷേപിച്ച് ഒരു പാർട്ട്നർഷിപ്പ് ബിസിനസ്സ് ആരംഭിച്ചു. മുടക്കുമുതലിന് വർഷത്തിൽ 6% പലിശയായി എടുക്കാമെന്നും തീരുമാനിച്ചു. മാനേജറായ രാജിന് മാസം 8,000 രൂപ ശമ്പളവും നിർണ്ണയിച്ചു. ബാക്കിവരുന്ന ലാഭ വിഹിതം മുടക്കുമുതലിനാനുപാതികമായാണ് വിതരിക്കുക. ഒരു വർഷത്തെ ആകെ ലാഭം 1,50,000 രൂപ ആണെങ്കിൽ, താഴെപ്പറയുന്നവ കണക്കാക്കുക.

- (1) രാജിന്റെ വാർഷിക ശമ്പളം 1
- (2) ഭാഗിക്കാനുള്ള ലാഭവിഹിതം 1
- (3) മുടക്കുമുതൽ തമ്മിലുള്ള അനുപാതം 1
- (4) രാജിന്റെ ലാഭം 1
- (5) സാജിന്റെ ലാഭം 1

15. A bill for Rs. 71,400 due for four months hence was discounted at 6 % p.a.
Find
- (1) True discount 1
 - (2) Bankers discount 1
 - (3) Bankers gain 1
 - (4) How much did the holder receive ? 1

16. A house is priced Rs. 6,00,000 and the money is worth 12 % p.a. compounded half yearly. One buys this house under the condition that he will pay the amount at the beginning of every month in equal instalments with a period of 10 years.
Find
- (1) The number of instalments. 1
 - (2) The amount of monthly payment. 3

Answer any one of 17 or 18

17. A cell phone company produces x sets per week so that the total cost of production is given by the relation
- $$C(x) = x^3 - 315x^2 + 27000x + 25000$$
- (1) Find the average cost (AC). 1
 - (2) What is the marginal cost ? 1
 - (3) How many cell phones should be manufactured to minimize the total cost ? 3

OR

15. നാലുമാസം കാലാവധിയുള്ള 71,400 രൂപയുടെ ഒരു ബിൽ ഡിസ്കൗണ്ട് ചെയ്യുന്നു. ബാങ്ക് ചാർജ്ജ് ചെയ്ത വാർഷിക പലിശ 6% ആണ്. എങ്കിൽ താഴെപ്പറയുന്നവ കണക്കാക്കുക.
- (1) ട്രു ഡിസ്കൗണ്ട് 1
 - (2) ബാങ്കേഴ്സ് ഡിസ്കൗണ്ട് 1
 - (3) ബാങ്കേഴ്സ് ഗെയിൻ 1
 - (4) ഉടമയ്ക്ക് കിട്ടിയ തുകയെത്ര ? 1

16. ഒരു വീടിന് 6,00,000 രൂപ വില നിർണ്ണയിച്ചിരിക്കുന്നു. തുകയ്ക്ക് 12% വാർഷിക പലിശ നിരക്കിൽ അർദ്ധവാർഷികമായി കോമ്പൗണ്ട് ചെയ്യുന്നതാണ്. 10 വർഷത്തെ കാലാവധിയിൽ എല്ലാമാസവും മാസത്തിന്റെ തുടക്കത്തിൽ തുല്യ ഗഡുക്കളായി തുക അടച്ചു തീർക്കാമെന്ന കരാറിൽ ഒരാൾ ഈ വീട് വിലയ്ക്ക് വാങ്ങുന്നുവെങ്കിൽ
- (1) അടക്കേണ്ട ഗഡുക്കളുടെ എണ്ണമെത്ര ? 1
 - (2) ഓരോ മാസവും അടക്കേണ്ട തുകയെന്ത് ? 3

17, 18 എന്നീ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക.

17. ആഴ്ചയിൽ x എണ്ണം വീതം സെൽഫോൺ നിർമ്മിക്കുന്ന ഒരു കമ്പനിയുടെ ടോട്ടൽ പ്രൊഡക്ഷൻ കോസ്റ്റ് താഴെ തന്നിരിക്കും പ്രകാരമാണ്.
- $$C(x) = x^3 - 315x^2 + 27000x + 25000$$
- (1) ആവറേജ് കോസ്റ്റ് (AC) കാണുക. 1
 - (2) മാർജിനൽ കോസ്റ്റ് എന്ത് ? 1
 - (3) എത്ര സെൽഫോൺ നിർമ്മിച്ചാലാണ് ടോട്ടൽ കോസ്റ്റ് മിനിമൈസ് ചെയ്യാൻ സാധിക്കുന്നത് ? 3

അല്ലെങ്കിൽ

18. The demand for a certain product is represented by the equation

$$P = 30 + 5x + 4x^2$$

Where x is the number of units demanded and P is the price per unit.

- (1) Find the total revenue. 1
 (2) Calculate the marginal revenue. 2
 (3) Estimate the marginal revenue when 50 units are sold. 2

Answer any one of 19 or 20.

19. The probability of a man buying a shirt is 0.2 and that of buying a trouser is 0.3. The probability that he will buy a shirt given that he buys a trouser is 0.4.

- (1) Find the probability that he will buy both a shirt and a trouser. 2
 (2) Find the probability that he will buy a trouser given that he buys a shirt. 2

OR

20. Probability distribution of a random variable X is given by the table

$X = x_i$	0	1	2	3	4
P_i	$\frac{969}{2530}$	$\frac{1140}{2530}$	$\frac{380}{2530}$	$\frac{40}{2530}$	$\frac{1}{2530}$

- (1) Find $x_i p_i, i = 0, 1, 2, 3, 4$ 2
 (2) Find the mean of X . 2

18. $P = 30 + 5x + 4x^2$ എന്ന സമവാക്യം ഒരുൽപ്പന്നത്തിന്റെ ഡിമാന്റിനെ സൂചിപ്പിക്കുന്നു. ഇതിൽ x എന്നത് ഡിമാന്റ് യൂണിറ്റുകളുടെ എണ്ണത്തെയും P എന്നത് ഒരു യൂണിറ്റിന്റെ വിലയുമാകുന്നു.

- (1) ആകെ റവന്യൂ കാണുക. 1
 (2) മാർജിനൽ റവന്യൂ കണക്കാക്കുക. 2
 (3) 50 യൂണിറ്റ് വിൽക്കുമ്പോഴുള്ള മാർജിനൽ റവന്യൂ കണക്കാക്കുക. 2

19, 20 എന്നീ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഒന്നിനുമാത്രം ഉത്തരമെഴുതുക.

19. ഒരാൾ ഒരു ഷർട്ട് വാങ്ങാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി 0.2 ഉം ഒരു ട്രൗസർ വാങ്ങാനുള്ളത് 0.3 ഉം ആണ്. ഒരു ട്രൗസർ വാങ്ങിയാൽ ഒരു ഷർട്ട് വാങ്ങാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി 0.4 ആണ്. എങ്കിൽ

- (1) അയാൾ ഒരു ഷർട്ടും ഒരു ട്രൗസറും വാങ്ങാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി കാണുക. 2
 (2) അയാൾ ഒരു ഷർട്ട് വാങ്ങിയാൽ ഒരു ട്രൗസർ വാങ്ങാനുള്ള പ്രോബബിലിറ്റി എന്ത്? 2

അല്ലെങ്കിൽ

20. X എന്ന റാൻഡം വേരിയബിളിന്റെ പ്രോബബിലിറ്റി ഡിസ്ട്രിബ്യൂഷൻ പട്ടിക താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നു.

$X = x_i$	0	1	2	3	4
P_i	$\frac{969}{2530}$	$\frac{1140}{2530}$	$\frac{380}{2530}$	$\frac{40}{2530}$	$\frac{1}{2530}$

- (1) $x_i p_i$ കാണുക $i = 0, 1, 2, 3, 4$ 2
 (2) X -ന്റെ മീൻ കാണുക. 2

21. (1) Draw the graph of
- $$5x + 10y = 50$$
- $$x + y = 1$$
- $$y = 4$$
- $$x, y = 0$$

3

- (2) Solve graphically the linear programming problem.

$$\text{Minimize } z = 2x + y$$

$$\text{Subject to } 5x + 10y \leq 50$$

$$x + y \geq 1$$

$$y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

4

$$21. (1) 5x + 10y = 50$$

$$x + y = 1$$

$$y = 4$$

$$x, y = 0$$

ഇവയുടെ ഗ്രാഫ് വരയ്ക്കുക. 3

- (2) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിംഗ് പ്രോബ്ലത്തിന്റെ മൂല്യം ഗ്രാഫ് ഉപയോഗിച്ച് കാണുക.

$$5x + 10y \leq 50$$

$$x + y \geq 1$$

$$y \leq 4$$

$$x, y \geq 0$$

എന്നീ നിബന്ധനകൾക്ക് വിധേയമായി $z = 2x + y$ യെ മിനിമൈസ് ചെയ്യുക. 4