Series :

A

2124

MATHEMATICS

प्रश्न–पुस्तिका क्रम संख्या Question Booklet Sl. No.
7411913

अनुक्रमांक
Roll No.

परीक्षार्थी अपना अनुक्रमांक दिए गए खानों में लिखें।
Candidate should write Roll No. in the given boxes.

मुद्रित पृष्ठों की संख्या/No. of Printed Pages : **48**

कुल प्रश्नों की संख्या/Total No. of Questions : **150**

समय/Time : **3 घण्टे/Hours**

पूर्णांक/Total Marks : **600**

परीक्षार्थियों के लिए निर्देश

1. परीक्षा प्रारम्भ होने के तुरन्त बाद, आप इस प्रश्न–पुस्तिका की पड़ताल अवश्य कर लें, कि इसमें कोई बिना छपा, फटा या छूटा हुआ पृष्ठ अथवा प्रश्नांश, आदि न हो। यदि ऐसा है, तो वीक्षक से तत्काल संपर्क कर प्रश्न–पुस्तिका बदल लेवें।
2. इस प्रश्न–पुस्तिका में **गणित से संबंधित** कुल **150** प्रश्न हैं। सभी प्रश्न हिन्दी तथा अंग्रेज़ी भाषा में हैं। **सभी** प्रश्न अनिवार्य हैं।
3. प्रदत्त उत्तर–पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर दिए गए निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें तथा अपने उत्तर तदनुसार अंकित करें।
4. कृपया उत्तर–पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर निर्धारित स्थानों पर आवश्यक प्रविष्टियाँ करें, अन्यत्र स्थानों पर नहीं।
5. परीक्षार्थी सभी रफ़ कार्य प्रश्न–पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर निर्धारित स्थान पर ही करें, अन्यत्र कहीं नहीं तथा उत्तर–पत्र (ओ.एम.आर. शीट) पर भी नहीं।
6. यदि किसी प्रश्न में किसी प्रकार की कोई मुद्रण या तथ्यात्मक प्रकार की त्रुटि हो, तो प्रश्न के हिन्दी तथा अंग्रेज़ी रूपांतरों में से हिन्दी रूपांतर को मानक माना जाएगा।

INSTRUCTIONS TO THE CANDIDATES

1. Immediately after the commencement of the examination, you should check that this Question Booklet ***does not*** have any unprinted or torn or missing pages or items etc. If so, immediately contact the Invigilator and get it replaced with another Question Booklet.
2. This Question Booklet contains Total **150** questions of concerned **Mathematics** subject. **All** questions are in Hindi and English languages. **All** questions are compulsory.
3. Read carefully the instructions given on the Answer Sheet (OMR) supplied and indicate your answers accordingly.
4. Kindly make necessary entries on the Answer Sheet (OMR) at the places indicated and nowhere else.
5. Examinee should do all rough work on the space meant for rough work on pages given at the end of the Question Booklet and nowhere else, not even on the Answer Sheet (OMR).
6. If there is any sort of mistake either of printing or of factual nature in any question, then out of the Hindi and English versions of the question, the Hindi version will be treated as standard.

द्वितीय प्रश्न–पत्र

गणित

1. किसी अन्तराल $I \subseteq R$ पर परिभाषित फलन f के $a \in I$ पर सतत होने के लिए एक आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबंध है कि I में प्रत्येक अनुक्रम $<a_n>$, जो a पर अभिसारी है, हम $\lim_{n \to \infty} f(a_n)$ के लिए रखते है =

(A) $f'(a)$

(B) $f^2(a)$

(C) $f(a)$

(D) $f''(a)$

2. यदि एक वास्तविक मान फलन f(x), [a, b] में सतत है, तब यह अपने उच्चक और निम्नक को प्राप्त करता है

(A) [a, b] में कम से कम एक बार

(B) [a, b] में कम से कम दो बार

(C) [a, b] में अधिकतम एक बार

(D) [a, b] में अधिकतम दो बार

3. माना (m, d) एक पूर्ण दूरीक समष्टि है और $f : m \to m$ एक संकुचन है, तब f रखता है

(A) एक अद्वितीय निश्चित बिंदु

(B) दो निश्चित बिंदु

(C) कोई निश्चित बिंदु नहीं

(D) कई निश्चित बिंदु

4. दो दूरीक समष्टियाँ (M, d_1) और (N, d_2) को होमियोमॉर्फिक कहा जाते है यदि एकैक और आच्छादक फलन $f : M \to N$ इस तरह है कि

(A) f और f^{-1} दोनों सतत है

(B) f सतत है और f^{-1} समान रूप से सतत है

(C) f समान रूप से सतत है और f^{-1} सतत है

(D) f और f^{-1} दोनों समान रूप से सतत है

5. माना (M, d) एक संहत दूरीक समष्टि है । यदि $f : M \to R$ एक सतत और परिबद्द है, तब

(A) f केवल अपने अधिकतम मान को प्राप्त करता है

(B) f केवल अपने न्यूनतम मान को प्राप्त करता है

(C) f अपने अधिकतम और न्यूनतम दोनों मान प्राप्त करते है

(D) f न तो अधिकतम मान प्राप्त करता है और न ही न्यूनतम प्राप्त करता है

6. 1 तथा 1000 के मध्य ऐसे पूर्णांकों की संख्या जो 2, 3, 5 या 7 से विभाजित नहीं होते है

(A) 772

(B) 228

(C) 224

(D) 214

7. 3^{247} को 25 से विभाजित करने पर प्राप्त शेषफल है

(A) 12

(B) 13

(C) 11

(D) 17

8. यदि p + q + r वस्तुओं में से p एक जैसी, q एक जैसी तथा शेष भिन्न हैं, तो संचयों की कुल संख्या है

(A) $(p + 1)(q + 1)(r + 1) - 1$

(B) $(p + 1)(q + 1)2^r$

(C) $(p + 1)(q + 1)2^r - 1$

(D) $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$

PAPER – II
MATHEMATICS

1. The necessary and sufficient conditions for a function f defined on interval $I \subseteq R$ to be continuous at $a \in I$ is that for each sequence $<a_n>$ in I which converges to a, we have $\lim_{n\to\infty} f(a_n) =$

(A) $f'(a)$
(B) $f^2(a)$
(C) f(a)
(D) $f''(a)$

2. If a real valued function f(x) is continuous in [a, b], then it attains its supremum and infimum

(A) Atleast once in [a, b]
(B) Atleast twice in [a, b]
(C) Atmost once in [a, b]
(D) Atmost twice in [a, b]

3. Let (m, d) be a complete metric space and let $f : m \to m$ be a contraction, then f has

(A) a unique fixed point
(B) two fixed point
(C) no fixed point
(D) many fixed points

4. Two metric spaces (M, d_1) and (N, d_2) are said to be homeomorphic if there is a one-to-one and onto map $f : M \to N$ such that

(A) Both f and f^{-1} are continuous
(B) f is continuous and f^{-1} is uniformly continuous
(C) f is uniformly continuous and f^{-1} is continuous
(D) Both f and f^{-1} are uniformly continuous

5. Let (M, d) be a compact metric space. If $f : M \to R$ is continuous and bounded, then

(A) f attains only its maximum value
(B) f attains only its minimum value
(C) f attains its both maximum and minimum values
(D) f attains neither maximum values nor its minimum values

6. The number of integers between 1 and 1000 which are not divisible by 2, 3, 5 or 7 is

(A) 772
(B) 228
(C) 224
(D) 214

7. The remainder when 3^{247} is divisible by 25, is

(A) 12
(B) 13
(C) 11
(D) 17

8. If from p + q + r things, p be alike, q be alike and the rest be different, then total number of combinations are

(A) $(p + 1)(q + 1)(r + 1) - 1$
(B) $(p + 1)(q + 1)2^r$
(C) $(p + 1)(q + 1)2^r - 1$
(D) $(p + 1)(q + 1)(r + 1)$

9. यदि H एवं K किसी समूह G के क्रमशः 6 व 8 कोटि के दो उपसमूह है, तो HK की कोटि 16 होगी यदि

(A) $(H\cap K)$ की कोटि = 3

(B) $(H\cap K)$ की कोटि = 5

(C) $(H\cup K)$ की कोटि = 3

(D) $(H\cup K)$ की कोटि = 7

10. माना Z समूह G के केन्द्र को निरूपित करता है। यदि G/Z चक्रीय है, तो

(A) G नॉन आबेली समूह है

(B) G आबेली समूह हो भी सकता है या नहीं भी

(C) G आबेली समूह है

(D) G क्रमविनिमेय समूह नहीं है

11. आंशिक अवकल समीकरण

$(x-q)=(y-p)^{1/3}$ का पूर्ण समाकल है

$\left(\text{जहाँ}, p=\frac{\partial z}{\partial x} \text{ एवं } q=\frac{\partial z}{\partial y}\right)$

(A) $z = xy - a^3x - ay + c$

(B) $z = xy + a^3x - ay + c$

(C) $z = xy - a^3x + ay + c$

(D) $z = xy + a^3x + ay + c$

12. चार्पिट-विधि का प्रयोग कर आंशिक अवकल समीकरण $px + qy = pq$ के हल में p व q के मध्य संबंध है

(जहाँ a एक अचर है)

(A) $p^2 = aq$

(B) $p = aq$

(C) $p = aq^2$

(D) $p = aq^3$

13. आंशिक अवकल समीकरण

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$ का विशिष्ट समाकल है

(A) $\frac{x^3}{12}$

(B) $\frac{x^4}{6}$

(C) $\frac{x^2}{12}$

(D) $\frac{x^4}{12}$

14. आंशिक अवकल समीकरण

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ है

(A) दीर्घवृत्तीय

(B) परवलयिक

(C) अतिपरवलयिक

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

15. आंशिक अवकल समीकरण

$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ है

(A) ऊष्मा समीकरण

(B) तरंग समीकरण

(C) लाप्लास समीकरण

(D) विसरण समीकरण

16. संकेतन [x], x से कम या बराबर सबसे बडे पूर्णांक को दर्शाता है। फलन f(x) = [x] बिन्दु पर असतत है।

Q, R, I, N क्रमानुसार परिमेय संख्याओं का समुच्चय, वास्तविक संख्याओं का समुच्चय, पूर्णांक संख्याओं का समुच्चय तथा प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय दर्शाता है।

(A) $x \in Q$

(B) $x \in R$

(C) $x \in I$

(D) $x \in N$

9. If H and K are two subgroups of a group G of order 6 and 8 respectively, then order of HK is 16 if

(A) order of $(H \cap K) = 3$

(B) order of $(H \cap K) = 5$

(C) order of $(H \cup K) = 3$

(D) order of $(H \cup K) = 7$

10. Let Z denotes the centre of a group G. If G/Z is cyclic, then

(A) G is non abelian group

(B) G may or may not be abelian group

(C) G is abelian group

(D) G is not commutative group

11. The complete integral of partial differential equation

$(x - q) = (y - p)^{1/3}$ is

$\left(\text{where, } p = \frac{\partial z}{\partial x} \text{ and } q = \frac{\partial z}{\partial y}\right)$

(A) $z = xy - a^3x - ay + c$

(B) $z = xy + a^3x - ay + c$

(C) $z = xy - a^3x + ay + c$

(D) $z = xy + a^3x + ay + c$

12. The relation between p and q in the solution of partial differential equation $px + qy = pq$ using Charpit's method is

(where a is a constant)

(A) $p^2 = aq$

(B) $p = aq$

(C) $p = aq^2$

(D) $p = aq^3$

13. The particular integral of partial differential equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = x^2$ is

(A) $\frac{x^3}{12}$

(B) $\frac{x^4}{6}$

(C) $\frac{x^2}{12}$

(D) $\frac{x^4}{12}$

14. The partial differential equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ is

(A) elliptic

(B) parabolic

(C) hyperbolic

(D) none of the above

15. The partial differential equation $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$ is

(A) Heat equation

(B) Wave equation

(C) Laplace equation

(D) Diffusion equation

16. The notation [x] represents the greatest integer less than or equal to x. The function f(x) = [x] is discontinuous at the points. Q, R, I and N respectively denote set of rational numbers, set of real numbers, set of integers and set of natural numbers.

(A) $x \in Q$

(B) $x \in R$

(C) $x \in I$

(D) $x \in N$

17. यदि f, संवृत्त अन्तराल [a, b] में एक परिमित अवकलनीय फलन है तथा $f'(a)$ और $f'(b)$ विपरीत चिन्ह के है, तो कम से कम एक $c \in (a, b)$ का अस्तित्व इस प्रकार होगा कि

(A) $f'(c) = 1$

(B) $f'(c)$ का अस्तित्व नहीं

(C) $f'(c) = 0$

(D) $f'(c) \neq 0$

18. माना f एक परिबद्ध वास्तविक मान फ़लन जो एक अंतराल [a, b] पर परिभाषित है, तब f रीमान समाकलनीय है यदि और केवल यदि प्रत्येक $\in > 0$ एक विभाजन P, [a, b] का इस तरह है कि

(A) $U(P, f) - L(P,f) > \in$

(B) $U(P, f) - L(P,f) < \in$

(C) $L(P, f) - U(P,f) < \in$

(D) $L(P, f) - U(P,f) = 0$

19. माना f एक बंध अंतराल [a, b] में एक, परिबद्ध वास्तविक मान फलन है, तो f, [a, b] पर रीमान समाकलनीय होगा, यदि $\int_{\underline{a}}^{b} f(x)\,dx =$

(A) $\int_{a}^{\overline{b}} f(x)\,dx$

(B) $\int_{\underline{b}}^{a} f(x)\,dx$

(C) $\int_{\underline{a}}^{\underline{b}} f(x)\,dx$

(D) $\int_{\underline{a}}^{\overline{b}} f(x)\,dx$

20. माना f, [a, b] पर सतत है तथा माना $k \in [m, M]$ जहाँ m = निम्नक f तथा M = उच्चक f तो एक $c \in [a, b]$ का अस्तित्व इस प्रकार है कि

(A) $f'(c) = k$

(B) $f'(c) \neq k$

(C) $f(c) = k$

(D) $f(c) \neq k$

21. यदि f समूह G से समूह G′ पर एक आच्छादक समाकारिता है, K इसकी अष्टि है, तो G′ है

(A) G के तुल्याकारी

(B) K/G के तुल्याकारी

(C) G/K के तुल्याकारी

(D) G/K के तुल्याकारी नहीं है

22. यदि k एक पूर्णांक है, तो किसी दी हुई अभाज्य संख्या p के लिए समूह G के p-सिलो (Sylow) उपसमूहों की संख्या है

(A) kp

(B) kp + 1

(C) kp − 1

(D) 1 − kp

23. यदि N(a) परिमित समूह G में अवयव a का प्रसामान्यक है तथा योग प्रत्येक संयुग्मी वर्ग में अवयव a के ऊपर लिया गया है; समूह G का वर्ग (Class) समीकरण है

(A) $O(G) = \sum \frac{O(G)}{O(N(a))}$

(B) $O(G) = \sum O(N(a))$

(C) $O(G) = \sum \frac{O(N(a))}{O(G)}$

(D) $O(G) = O(N(a))$

17. If f is finitely differentiable in closed interval [a, b] and $f'(a)$ and $f'(b)$ are of opposite sign then there exist atleast one point $c \in (a, b)$ such that

(A) $f'(c) = 1$

(B) $f'(c)$ does not exist

(C) $f'(c) = 0$

(D) $f'(c) \neq 0$

18. Let f be a real valued bounded function defined on the interval [a, b], then f is R-integrable if for each $\in > 0$, there exists a-partition P of [a, b], such that

(A) $U(P, f) - L(P,f) > \in$

(B) $U(P, f) - L(P,f) < \in$

(C) $L(P, f) - U(P,f) < \in$

(D) $L(P, f) - U(P,f) = 0$

19. Let f be a bounded real valued function defined on the bounded interval [a, b] then f is Riemann integrable on [a, b] if $\int_{\underline{a}}^{b} f(x)dx =$

(A) $\int_{a}^{\bar{b}} f(x)dx$

(B) $\int_{\underline{b}}^{a} f(x)dx$

(C) $\int_{\underline{a}}^{\underline{b}} f(x)dx$

(D) $\int_{\underline{a}}^{\bar{b}} f(x)dx$

20. Let f be continuous on [a, b] and let $k \in [m, M]$ where $m = \inf f$ and $M = \sup f$ then there exist $c \in [a, b]$ such that

(A) $f'(c) = k$

(B) $f'(c) \neq k$

(C) $f(c) = k$

(D) $f(c) \neq k$

21. If f be a homomorphism of a group G onto a group G' with Kernel K, then G' is

(A) isomorphic to G

(B) isomorphic to K/G

(C) isomorphic to G/K

(D) not isomorphic to G/K

22. If k is an integer, the number of p-Sylow subgroups in a group G, for a given prime p, is of the form

(A) kp

(B) kp + 1

(C) kp − 1

(D) 1 − kp

23. If N(a) be the normalizer of an element a in the finite group G and the sum runs over one element a in each conjugate class; the class equation of group G is

(A) $O(G) = \sum \frac{O(G)}{O(N(a))}$

(B) $O(G) = \sum O(N(a))$

(C) $O(G) = \sum \frac{O(N(a))}{O(G)}$

(D) $O(G) = O(N(a))$

24. यदि p एक अभाज्य संख्या है तथा p, O(G) का भाजक है, तो

(A) G में p^2 कोटि का एक अवयव है

(B) G में p कोटि का कोई अवयव नहीं है

(C) G में p कोटि का एक अवयव है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

25. निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है ?

(A) एक अद्वितीय गुणन खंडन डोमेन यूक्लीडियन डोमेन होता है

(B) एक अद्वितीय गुणन खंडन डोमेन यूक्लीडियन वलय होता है

(C) एक यूक्लीडियन वलय अद्वितीय गुणन खंडन डोमेन होता है

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

26. सदिश समष्टि B(X, Y) सभी परिबद्ध रैखिक संकारक X से Y पर स्वयं एक मानक समष्टि है जिसका मानक निम्न रूप से परिभाषित है

$\|T\| = \sup\limits_{\substack{x \in X \\ x \neq 0}} \frac{\|Tx\|}{\|x\|}$ सही कथन को चुनिए

(A) B(X, Y) हमेशा बनाक समष्टि बनायेगा

(B) B(X, Y) बनाक समष्टि होगा यदि X बनाक समष्टि है

(C) B(X, Y) बनाक समष्टि होगा यदि Y बनाक समष्टि है

(D) B(X, Y) बनाक समष्टि होगा यदि Y बनाक समष्टि न हो

27. यदि x और y हिल्बर्ट समष्टि H के कोई दो सदिश हो, तब

(A) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 - \|y\|^2$

(B) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(C) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 - 2\|y\|^2$

(D) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

28. बेसल्स की असमिका को पहचाने यदि $\{e_i\}$ हिल्बर्ट समष्टि H में एक लाम्बिक समुच्चय है तो

(A) $\sum|\langle x, e_i\rangle|^2 \geq \|x\|^2, x \in H$

(B) $\sum|\langle x, e_i\rangle|^2 \leq \|x\|^2, x \in H$

(C) $\sum|\langle x, e_i\rangle|^2 \leq \|x\|, x \in H$

(D) $\sum|\langle x, e_i\rangle| \leq \|x\|, x \in H$

29. एक संकारक T, l_2 समष्टि पर परिभाषित है $Tx = (0, x_1, x_2, \ldots), x = \langle x_n \rangle \in l_2$.
सहखण्डज संकारक T^*x है

(A) $(x_1, x_2, x_3, \ldots)$

(B) $(0, x_1, x_2, x_3, \ldots)$

(C) $(x_2, x_3, x_4, \ldots)$

(D) $(x_2, x_4, x_6, \ldots)$

30. एक संकारक T हिल्बर्ट समष्टि H पर प्रसामान्य होगा यदि

(A) $T \neq T^*$

(B) $TT^* = T^*T = 1$

(C) $TT^* = T^*T$

(D) $TT^* \neq T^*T$

24. If p is the prime number and p is the divisor of O(G), then

(A) G has an element of order p^2

(B) G has no element of order p

(C) G has an element of order p

(D) None of the above

25. Which of the following statement is correct ?

(A) a unique factorization domain is Euclidean domain

(B) a unique factorization domain is Euclidean ring

(C) a Euclidean ring is unique factorization domain

(D) none of the above

26. The vector space B(X, Y) of all bounded linear operators form a normed space X into a normed space Y is itself a normed space with norm defined by

$\|T\| = \sup_{\substack{x \in X \\ x \neq 0}} \frac{\|Tx\|}{\|x\|}$, then identify true statement.

(A) B(X, Y) is always formed a Banach space

(B) B(X, Y) is Banach space if X is Banach space

(C) B(X, Y) is Banach space provided Y is a Banach space

(D) B(X, Y) is Banach space provided Y is not a Banach space

27. If x and y are any two vectors of a Hilbert space H, then

(A) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2\|x\|^2 - \|y\|^2$

(B) $\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2 = \|x\|^2 + \|y\|^2$

(C) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = \|x\|^2 - 2\|y\|^2$

(D) $\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$

28. Identify the Bessel's inequality. If $\{e_i\}$ is an orthonormal set in a Hilbert space H, then

(A) $\Sigma |\langle x, e_i \rangle|^2 \geq \|x\|^2, x \in H$

(B) $\Sigma |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\|^2, x \in H$

(C) $\Sigma |\langle x, e_i \rangle|^2 \leq \|x\|, x \in H$

(D) $\Sigma |\langle x, e_i \rangle| \leq \|x\|, x \in H$

29. An operator T define on l_2 space by $Tx = (0, x_1, x_2, \ldots)$, $x = \langle x_n \rangle \in l_2$. The adjoint operator T^*x is

(A) $(x_1, x_2, x_3, \ldots)$

(B) $(0, x_1, x_2, x_3, \ldots)$

(C) $(x_2, x_3, x_4, \ldots)$

(D) $(x_2, x_4, x_6, \ldots)$

30. An operator T on a Hilbert space H is said to be normal if

(A) $T \neq T^*$

(B) $TT^* = T^*T = 1$

(C) $TT^* = T^*T$

(D) $TT^* \neq T^*T$

31. यदि $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$ हो, तो $\hat{i}\times(\vec{a}\times\hat{i}) + \hat{j}\times(\vec{a}\times\hat{j}) + \hat{k}\times(\vec{a}\times\hat{k})$ का मान है

(A) $\vec{a}$

(B) $2\vec{a}$

(C) $\frac{1}{2}\vec{a}$

(D) $3\vec{a}$

32. पृष्ठ $x^2y + 2xz = 4$ के बिन्दु $(2, -2, 3)$ पर इकाई अभिलंब सदिश है

(A) $\left(-\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)/3$

(B) $\left(2\hat{i} + \hat{j} + 2\hat{k}\right)/3$

(C) $\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right)/3$

(D) $\left(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}\right)/\sqrt{6}$

33. यदि $\vec{f}$ तथा $\vec{g}$ स्थानिक निर्देशांक (x, y, z) के कोई दो द्वि अवकलनीय फलन हैं, तो व्यंजक $(\vec{g}.\nabla)\vec{f} - (\vec{f}.\nabla)\vec{g} - \vec{g}(\nabla.\vec{f}) + \vec{f}(\nabla.\vec{g})$ बराबर है

(A) $\nabla.(\vec{f}\times\vec{g})$

(B) $\vec{f}\times\vec{g}$

(C) $\nabla\times(\vec{f}\times\vec{g})$

(D) $\nabla\times(\vec{g}\times\vec{f})$

34. यदि $\vec{r}.d\vec{r} = 0$ (जहाँ $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$) हो, तो $|\vec{r}|$ का मान है

(A) $\sqrt{x^2 + y^2}$

(B) $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(C) $\sqrt{z^2 + x^2}$

(D) अचर

35. यदि S कोई संवृत्त पृष्ठ हो, S के द्वारा घेरा गया आयतन V है तथा $\vec{F} = x\hat{i} + 2y\hat{j} + 3z\hat{k}$ है, तो $\iint_S \vec{F}.\hat{n}\,ds$ का मान है

(A) 3V

(B) 6V

(C) V

(D) 2V

36. यदि $w = f(z) = u + iv$ तथा $u - v = e^x(\cos y - \sin y)$, तब z के पदों में w का मान है

(A) $e^{iz} + c$

(B) $e^{-z} + c$

(C) $e^{z} + c$

(D) $e^{z}\sin z$

37. $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ का विस्तार लॉरेंट श्रेणी में होगा, जबकि श्रेणी $|z| < 1$ क्षेत्र के लिए वैध है

(A) $\frac{1}{3} + \frac{4}{9}z + \frac{13}{27}z^2 + \frac{40}{81}z^3 + \ldots$

(B) $\frac{1}{2z} + \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{2z^3} + \frac{1}{2z^4} + \ldots$

(C) $\frac{1}{2z} - \frac{1}{2z^2} + \frac{1}{2z^3} - \frac{1}{2z^4} + \ldots$

(D) $\frac{1}{3} - \frac{4}{9}z + \frac{13}{27}z^2 - \frac{40}{81}z^3 + \ldots$

31. If $\vec{a} = a_1\hat{i} + a_2\hat{j} + a_3\hat{k}$, then the value of $\hat{i}\times\left(\vec{a}\times\hat{i}\right)+\hat{j}\times\left(\vec{a}\times\hat{j}\right)+\hat{k}\times\left(\vec{a}\times\hat{k}\right)$ is

(A) $\vec{a}$

(B) $2\vec{a}$

(C) $\frac{1}{2}\vec{a}$

(D) $3\vec{a}$

32. The unit normal vector to the surface $x^2y + 2xz = 4$ at the point $(2, -2, 3)$ is

(A) $\left(-\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}\right)/3$

(B) $\left(2\hat{i}+\hat{j}+2\hat{k}\right)/3$

(C) $\left(\hat{i}+2\hat{j}+2\hat{k}\right)/3$

(D) $\left(-\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}\right)/\sqrt{6}$

33. If $\vec{f}$ and $\vec{g}$ are any two twice differentiable functions of space coordinates (x, y, z), then the expression

$\left(\vec{g}.\nabla\right)\vec{f}-\left(\vec{f}.\nabla\right)\vec{g}-\vec{g}\left(\nabla.\vec{f}\right)+\vec{f}\left(\nabla.\vec{g}\right)$

is equal to

(A) $\nabla.\left(\vec{f}\times\vec{g}\right)$

(B) $\vec{f}\times\vec{g}$

(C) $\nabla\times\left(\vec{f}\times\vec{g}\right)$

(D) $\nabla\times\left(\vec{g}\times\vec{f}\right)$

34. If $\vec{r}.d\vec{r} = 0$ $\left(\text{where } \vec{r} = x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}\right)$, then, value of $|\vec{r}|$ is

(A) $\sqrt{x^2+y^2}$

(B) $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

(C) $\sqrt{z^2+x^2}$

(D) constant

35. If S be any closed surface, V is the volume enclosed by S, and $\vec{F} = x\hat{i}+2y\hat{j}+3z\hat{k}$, then the value of $\iint_S \vec{F}.\hat{n}\,ds$ is

(A) 3V

(B) 6V

(C) V

(D) 2V

36. If $w = f(z) = u + iv$ and $u - v = e^x(\cos y - \sin y)$, then value of w in terms of z

(A) $e^{iz} + c$

(B) $e^{-z} + c$

(C) $e^{z} + c$

(D) $e^{z}\sin z$

37. Expansion of $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ in a Laurent's series valid for the region $|z| < 1$ will be

(A) $\frac{1}{3}+\frac{4}{9}z+\frac{13}{27}z^2+\frac{40}{81}z^3+\ldots$

(B) $\frac{1}{2z}+\frac{1}{2z^2}+\frac{1}{2z^3}+\frac{1}{2z^4}+\ldots$

(C) $\frac{1}{2z}-\frac{1}{2z^2}+\frac{1}{2z^3}-\frac{1}{2z^4}+\ldots$

(D) $\frac{1}{3}-\frac{4}{9}z+\frac{13}{27}z^2-\frac{40}{81}z^3+\ldots$

38. समीकरण $z^4 + 4(1+i)z + 1 = 0$ के मूल विद्यमान हैं

(A) वास्तविक मूल I चतुर्थांश में तथा काल्पनिक मूल III चतुर्थांश में

(B) I तथा II चतुर्थांश, प्रत्येक में दो मूल

(C) III तथा IV चतुर्थांश, प्रत्येक में दो मूल

(D) प्रत्येक चतुर्थांश में एक मूल

39. यदि $f(z)$ प्रांत (डोमेन) D में वैश्लेषिक हो, जो $|z| < R$ द्वारा परिभाषित है एवं $|f(z)| \le M \ \forall z \in D$ तथा $f(0) = 0$ शर्तें संतुष्ट करता हो, तब

(A) $|f(z)| \le \frac{M}{R}|z|$

(B) $|f(z)| \le M|z|$

(C) $|f(z)| > M|z|$

(D) $|f(z)| > \frac{M}{R}|z|$

40. यदि $w = T(z) = \frac{z+2}{z+3}$ तब $T^{-1}(w)$ है

(A) $\frac{2+3w}{w+1}$

(B) $\frac{2-3w}{w-1}$

(C) $\frac{3+2w}{w+1}$

(D) $\frac{3-2w}{w-1}$

41. पहले शंकराचार्य जिन्होने स्वतंत्र संग्राम सेनानी, शिक्षाविद, सामाजिक कार्यकर्ता के रूप में सेवा की, तथा गणित प्राध्यापक के रूप में कार्य किया

(A) स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ

(B) स्वामी शंकराचार्य स्वरूपानन्द

(C) स्वामी निश्चलानन्द सरस्वती

(D) स्वामी अद्विमुक्तेश्वरनन्द

42. वास्तविक आंतर गुणन समष्टि $(V, <,>)$ में यदि u और v दो सदिश है तब मानक फलन $\|\cdot\| : V \to R$ के लिए निम्नलिखित में कौन-सा विकल्प असत्य है ?

(A) $|<u, v>| \leqq \|u\|\,\|v\|$

(B) $4\langle u, v\rangle = \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2$

(C) $\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2\left(\|u\|^2 + \|v\|^2\right)$

(D) $\|u+v\| \geqq \|u\| + \|v\|$

43. दो चरों में वास्तविक द्विघात रूप $x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2$ है

(A) निश्चित धनात्मक

(B) अर्ध-निश्चित धनात्मक

(C) अनिश्चित

(D) निश्चित ऋणात्मक

44. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ से सम्बन्धित द्विघात रूप है

(A) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3$

(B) $x_1^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3$

(C) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 3x_2x_3$

(D) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 12x_1x_3 + 12x_2x_3$

38. The roots of the equation $z^4 + 4(1+i)z + 1 = 0$ lie in

(A) Real roots lie in I quadrant and imaginary roots lie in III quadrant

(B) Two roots lie in each of I and II quadrants

(C) Two roots lie in each of III and IV quadrants

(D) One root lies in each quadrant

39. If f(z) is analytic in a domain D defined by $|z| < R$ and satisfies the conditions $|f(z)| \leq M \ \forall z \in D$ and $f(0) = 0$ then

(A) $|f(z)| \leq \frac{M}{R}|z|$

(B) $|f(z)| \leq M|z|$

(C) $|f(z)| > M|z|$

(D) $|f(z)| > \frac{M}{R}|z|$

40. If $w = T(z) = \frac{z+2}{z+3}$ then $T^{-1}(w)$ is

(A) $\frac{2+3w}{w+1}$

(B) $\frac{2-3w}{w-1}$

(C) $\frac{3+2w}{w+1}$

(D) $\frac{3-2w}{w-1}$

41. The first Shankaracharya who served as freedom fighter, educationist, social activist and worked as a professor of mathematics is

(A) Swamy Bharathi Krishna Theerth

(B) Swamy Shankaracharya Swaroopanand

(C) Swamy Nischalanand Saraswathi

(D) Swamy Advimuktheshwaranand

42. Let $(V, <,>)$ be a real inner product space and u and v are any two vectors then which of the following option is **not** correct for the norm function $\|\cdot\| : V \to R$?

(A) $|<u, v>| \leq \|u\| \|v\|$

(B) $4\langle u, v\rangle = \|u+v\|^2 - \|u-v\|^2$

(C) $\|u+v\|^2 + \|u-v\|^2 = 2\left(\|u\|^2 + \|v\|^2\right)$

(D) $\|u+v\| \geq \|u\| + \|v\|$

43. A real quadratic form $x_1^2 - 4x_1x_2 + 5x_2^2$ in two variable is

(A) Positive definite

(B) Positive semi-definite

(C) Indefinite

(D) Negative definite

44. Corresponding to matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ the quadratic form is

(A) $x_1^2 + x_2^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3$

(B) $x_1^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 6x_1x_3 + 6x_2x_3$

(C) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 3x_1x_3 + 3x_2x_3$

(D) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 12x_1x_3 + 12x_2x_3$

45. द्विघात रूप $x_1^2 - 2x_2x_3 - x_3x_4$ से सम्बन्धित आव्यूह है

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$

46. $(1-x)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 2(x-1)^2e^{-x}$; $0 < x < 1$ समघात अवकल समीकरण के संगत रैखिकतः स्वतंत्र हल हैं

(A) e^x एवं x

(B) e^x एवं e^{-x}

(C) e^{-x} एवं x

(D) e^{-x} एवं $(1-x)$

47. $J_{-\frac{1}{2}}(x)$ का मान (जहाँ, $J_n(x)$ कोटि n के प्रथम प्रकार के बेसल फलन को निरूपित करता है) है

(A) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)}\sin x$

(B) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)}\sin x$

(C) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)}\cos x$

(D) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)}\cos x$

48. यदि $L\{F(t)\} = \{f(s)\}$ हो, तो $L\left\{\frac{F(t)}{t}\right\}$ बराबर है

(A) $\int_1^\infty f(x)dx$, बशर्ते समाकल का अस्तित्व हो

(B) $\int_s^\infty f(x)dx$, बशर्ते समाकल का अस्तित्व हो

(C) $\int_0^\infty f(x)dx$, बशर्ते समाकल का अस्तित्व हो

(D) $\int_2^\infty f(x)dx$, बशर्ते समाकल का अस्तित्व हो

49. यदि $L^{-1}\{f(s)\} = F(t)$ तथा $L^{-1}\{g(s)\} = G(t)$, तो $L^{-1}\{f(s)g(s)\} = \int_0^t F(u)\,G(t-u)\,du$ । उपरोक्त गणितीय कथन निम्न में से किससे संबंधित है ?

(A) द्वितीय स्थानांतरी गुणधर्म

(B) स्केल परिवर्तन गुणधर्म

(C) प्रथम स्थानांतरी गुणधर्म

(D) संवलन प्रमेय

45. Corresponding to the quadratic form $x_1^2 - 2x_2x_3 - x_3x_4$ the matrix is

(A) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$

46. The linearly independent solutions of corresponding to homogeneous differential equation $(1-x)\frac{d^2y}{dx^2} + x\frac{dy}{dx} - y = 2(x-1)^2e^{-x}$; $0 < x < 1$ are

(A) e^x and x

(B) e^x and e^{-x}

(C) e^{-x} and x

(D) e^{-x} and $(1-x)$

47. The value of $J_{-\frac{1}{2}}(x)$ (where, $J_n(x)$ denotes Bessel's function of first kind of order n) is

(A) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)} \sin x$

(B) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \sin x$

(C) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)} \cos x$

(D) $\sqrt{\left(\frac{2}{\pi x}\right)} \cos x$

48. If $L\{F(t)\} = \{f(s)\}$, then $L\left\{\frac{F(t)}{t}\right\}$ equals to

(A) $\int_1^{\infty} f(x)dx$, provided that the integral exists

(B) $\int_s^{\infty} f(x)dx$, provided that the integral exists

(C) $\int_0^{\infty} f(x)dx$, provided that the integral exists

(D) $\int_2^{\infty} f(x)dx$, provided that the integral exists

49. If $L^{-1}\{f(s)\} = F(t)$ and $L^{-1}\{g(s)\} = G(t)$, then $L^{-1}\{f(s)g(s)\} = \int_0^t F(u)\, G(t-u)\, du$. The above mathematical statement belongs to which of the following ?

(A) Second shifting property

(B) Change of scale property

(C) First shifting property

(D) Convolution theorem

50. आंशिक अवकल समीकरण $pqz = p^2(xq + p^2) + q^2(yp + q^2)$ का पूर्ण समाकल है

$\left(\text{जहाँ, } p = \frac{\partial z}{\partial x} \text{ एवं } q = \frac{\partial z}{\partial y}\right)$

(जहाँ a तथा b स्वेच्छ अचर है)

(A) $z = -ax + by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(B) $z = ax - by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(C) $z = ax + by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(D) $z = -ax - by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

51. 5 बच्चों वाले 320 परिवारों के एक सर्वेक्षण में निम्नलिखित बंटन प्राप्त होता है

लड़कों की संख्या	0	1	2	3	4	5
लड़कियों की संख्या	5	4	3	2	1	0
परिवारों की संख्या	12	40	88	110	56	14

क्या परिणाम, परिकल्पना कि पुरुष एवं महिला जन्म समान रूप से सम्भावित हैं, के साथ सुसंगत है ?

(A) नहीं

(B) हाँ

(C) कुछ नहीं कहा जा सकता

(D) (A) और (B) दोनों सत्य है

52. A के पास एक लाटरी के 3 शेयर हैं जिनमें 3 पुरस्कार एवं 6 खाली है ; B के पास लाटरी का 1 शेयर है जिसमें 1 पुरस्कार एवं 2 खाली हैं । सफलता के A तथा B के अवसरों में अनुपात है

(A) 16 : 7

(B) 7 : 16

(C) 16 : 5

(D) 5 : 16

53. एक व्यक्ति 4 में से 3 बार सत्य बोलता है । वह एक पांसा फेंकता है और वह उस पर 6 बताता है । इस बात की प्रायिकता कि उस पर वास्तव में 6 है, है

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{3}{5}$

54. अच्छी तरह फेंटे हुए 52 ताशों की एक गड्डी से बिना प्रतिस्थापित किए एक-एक करके 3 ताश निकाले जाते हैं । निकाले गए ताशों में प्रथम दो बादशाह एवं तीसरा इक्का होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{7139}{33150}$

(B) $\frac{2}{5525}$

(C) $\frac{1192}{5525}$

(D) $\frac{1}{7139}$

50. The complete integral of partial differential equation
$pqz = p^2(xq + p^2) + q^2(yp + q^2)$ is
$\left(\text{where, } p = \frac{\partial z}{\partial x} \text{ and } q = \frac{\partial z}{\partial y}\right)$
(where a and b are arbitrary constants)

(A) $z = -ax + by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(B) $z = ax - by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(C) $z = ax + by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

(D) $z = -ax - by + \frac{a^4 + b^4}{ab}$

51. A survey of 320 families with 5 children revealed the following distribution

No. of boys	0	1	2	3	4	5
No. of girls	5	4	3	2	1	0
No. of families	12	40	88	110	56	14

Is this result consistent with the hypothesis that male and female births are equally probable ?

(A) No

(B) Yes

(C) Nothing can be said

(D) (A) and (B) both are correct

52. A has 3 shares of a lottery in which there are 3 prizes and 6 blanks ; B has 1 share in the lottery in which there is 1 prize and 2 blanks. The A's chance of success is to B's as

(A) 16 : 7

(B) 7 : 16

(C) 16 : 5

(D) 5 : 16

53. A man is known to speak truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. The probability that it is actually a six, is

(A) $\frac{1}{8}$

(B) $\frac{3}{8}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{3}{5}$

54. Three (3) cards are drawn successively without replacement from a pack of 52 well shuffled cards. The probability that first two cards are kings and third card drawn is an ace, is

(A) $\frac{7139}{33150}$

(B) $\frac{2}{5525}$

(C) $\frac{1192}{5525}$

(D) $\frac{1}{7139}$

55. न्यूटन-रॉफसन विधि के अभिसरण की कोटि है

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 0

56. निम्न में से कौन पुनरुक्ति है ?

(A) $P \wedge \sim P$

(B) $P \vee \sim P$

(C) $P \vee Q$

(D) $\sim (P \vee Q)$

57. साध्य $\sim q$ एवं $p \rightarrow q$ इंगित करते है

(A) q

(B) p

(C) $\sim p$

(D) इनमें से कोई नहीं

58. समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के मूलों के वर्गों का योग है

(A) $p^2 - 2q$

(B) $p^2 + 2q$

(C) pq

(D) q^2r

59. डेकार्टे नियम के अनुसार, समीकरण $x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ के _________ से ज्यादा ऋणात्मक मूल नहीं हो सकते है ।

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

60. वैदिक गणित के प्रणेता स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ का जन्म किस राज्य में हुआ था ?

(A) केरल

(B) तमिलनाडु

(C) कर्नाटक

(D) पश्चिम बंगाल

61. सम्मिश्र बहुपद $p(z) = z^2 + 1$ के गुणनखण्ड हैं

(A) $(z - i)(z + i)$

(B) $(z + i)(z + i)$

(C) $(z - i)(z - i)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

62. arg i तथा arg (1 – i) के मुख्य मान है

(A) $(-\pi/2)$ तथा $(-\pi/4)$

(B) $(\pi/2)$ तथा $(-\pi/4)$

(C) $(-\pi/2)$ तथा $(\pi/4)$

(D) $(\pi/2)$ तथा $(\pi/4)$

63. i^i तथा i^{-i} के मान क्रमशः हैं

(A) $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$ तथा $e^{\pi/2} e^{2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(B) $e^{\pi/2} e^{2\pi m}$ तथा $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(C) $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$ तथा $e^{\pi/2} e^{-2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(D) $e^{-2\pi m}$ तथा $e^{2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

55. The Newton-Raphson method has convergence of order

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 0

56. Which of the following is a tautology ?

(A) $P \wedge \sim P$

(B) $P \vee \sim P$

(C) $P \vee Q$

(D) $\sim(P \vee Q)$

57. Propositions $\sim q$ and $p \rightarrow q$ imply

(A) q

(B) p

(C) ~p

(D) None of these

58. The sum of squares of the roots of the equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ is

(A) $p^2 - 2q$

(B) $p^2 + 2q$

(C) pq

(D) q^2r

59. According to Decartees' rule, the equation $x^4 - 2x^3 - 1 = 0$ can not have more than ________ negative root(s).

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

60. The founder of Vedic Ganit Swami Bharti Krishna Tirth was born in which State ?

(A) Kerala

(B) Tamil Nadu

(C) Karnataka

(D) West Bengal

61. The complex polynomial $p(z) = z^2 + 1$ has the factorization

(A) $(z - i)(z + i)$

(B) $(z + i)(z + i)$

(C) $(z - i)(z - i)$

(D) None of the above

62. The principal values of arg i and arg (1 – i) are

(A) $(-\pi/2)$ and $(-\pi/4)$

(B) $(\pi/2)$ and $(-\pi/4)$

(C) $(-\pi/2)$ and $(\pi/4)$

(D) $(\pi/2)$ and $(\pi/4)$

63. The values of i^i and i^{-i} respectively are

(A) $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$ and $e^{\pi/2} e^{2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(B) $e^{\pi/2} e^{2\pi m}$ and $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(C) $e^{-\pi/2} e^{-2\pi m}$ and $e^{\pi/2} e^{-2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

(D) $e^{-2\pi m}$ and $e^{2\pi m}$; $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$

64. यदि $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$ तब ज्ञात कीजिए कि f(z) कहाँ पर वैश्लेषिक **नहीं** है ?

(A) $z = 0$ पर

(B) $z = -1$ पर

(C) $z = i$ पर

(D) $z = 1$ पर

65. ज्ञात कीजिए, $\int_C \frac{1}{z(z-1)} dz$, जहाँ C वृत्त है, $|z| = 3$.

(A) 1

(B) 0

(C) π

(D) $2\pi i$

66. माना कि क्षेत्र F पर V एक n-विमिय सदिश समष्टि है एवं $T : V \rightarrow V$ एक रैखिक संकारक है, तब

कथन – I : T किसी विकर्ण आव्यूह A के द्वारा प्रस्तुत किया जा सकता है यदि और केवल यदि V के आधार में T के अभिलाक्षणिक सदिश है और A के विकर्ण तत्व संगत अभिलाक्षणिक मूल है ।

कथन – II : यदि T के n भिन्न-भिन्न अभिलाक्षणिक मूल है तो T विकर्णीय है ।

(A) केवल कथन I सत्य है

(B) केवल कथन II सत्य है

(C) दोनों कथन सत्य है

(D) दोनों कथन असत्य है

67. यदि $P = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$, 3×3 कोटि की मैट्रिक्स A का सहखंडज है तथा $|A| = 4$, तो α का मान है

(A) 5

(B) 4

(C) 7

(D) 11

68. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ का व्युत्क्रम है

(A) $\begin{bmatrix} -0.7 & 0.2 & 0.3 \\ -1.3 & -0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -13 & -2 & 7 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -70 & 20 & 30 \\ -130 & -20 & 70 \\ 80 & 20 & -20 \end{bmatrix}$

(D) A^{-1} का अस्तित्व नहीं है

64. If $w = f(z) = \dfrac{1+z}{1-z}$ then determine, where f(z) is **not** analytic

(A) at $z = 0$

(B) at $z = -1$

(C) at $z = i$

(D) at $z = 1$

65. Evaluate $\int_C \dfrac{1}{z(z-1)} dz$, where C is the circle $|z| = 3$.

(A) 1

(B) 0

(C) π

(D) $2\pi i$

66. Let V be a n-dimensional vector space over a field F and $T : V \to V$ be a linear operator. Then

Statement – I : T can be represented to a diagonal matrix A if and only if V has a basis consisting of eigen vectors of T and the diagonal elements of A are the corresponding eigen values.

Statement – II : If T has n distinct eigen values then T is diagonalizable.

(A) Only statement I is true

(B) Only statement II is true

(C) Both the statements are true

(D) Both the statements are false

67. If $P = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 3 \\ 1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 4 \end{bmatrix}$ is the adjoint of a 3×3 matrix A and $|A| = 4$, then value of α is

(A) 5

(B) 4

(C) 7

(D) 11

68. The inverse of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 4 \end{bmatrix} \text{ is}$$

(A) $\begin{bmatrix} -0.7 & 0.2 & 0.3 \\ -1.3 & -0.2 & 0.7 \\ 0.8 & 0.2 & -0.2 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -13 & -2 & 7 \\ 8 & 2 & -2 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} -70 & 20 & 30 \\ -130 & -20 & 70 \\ 80 & 20 & -20 \end{bmatrix}$

(D) A^{-1} does not exist

69. माना की $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ है तो अभिलाक्षणिक मूल $\lambda_1 = -1$और $\lambda_2 = -6$ के संगत अभिलाक्षणिक सदिश निम्नलिखित सदिश के प्रत्येक गैर-शून्य अदिश गुणज हैं

(A) $\lambda_1 = -1$ के लिए $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ और

$\lambda_2 = -6$ के लिए $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

(B) $\lambda_1 = -1$ के लिए $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ और

$\lambda_2 = -6$ के लिए $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

(C) $\lambda_1 = -1$ के लिए $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ और

$\lambda_2 = -6$ के लिए $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$

(D) $\lambda_1 = -1$ के लिए $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ और

$\lambda_2 = -6$ के लिए $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

70. महान भारतीय गणितज्ञ श्रीनिवास रामानुजन का प्रथम शोध पत्र किस शीर्षक से प्रकाशित हुआ था ?

(A) मॉक थीटा फंक्शन

(B) हाइली कम्पोसाइट नम्बर

(C) प्रॉब्लम ऑफ स्क्वेरिंग ए सर्कल

(D) सम प्रॉब्लम्स ऑन बर्नोली नम्बर

71. रैखिक अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x+1}{x}\right)y = e^{-2x}$ का समाकल गुणक है

(A) $2xe^x$

(B) xe^x

(C) xe^{2x}

(D) x^2e^{2x}

72. परवलयिक समूह $y = cx^2$ के लंबकोणीय संछेदी है

(A) सरल रेखीय समूह

(B) ऐसे दीर्घवृत्तिक-समूह जिनके केन्द्र मूल बिन्दु पर है तथा दीर्घ अक्ष x-अक्ष के अनुदिश है

(C) वृत्तिक समूह

(D) अतिपरवलयिक समूह

73. समीकरण $4xp^2 = (3x - a)^2$ का नोड़-बिन्दुपथ है $\left(\text{जहाँ, } p = \frac{dy}{dx}\right)$

(A) $x = \frac{a}{2}$

(B) $x = a^2$

(C) $x = 0$

(D) $x = a$

74. अवकल समीकरण $\frac{d^3y}{dx^3} + y = (e^x + 1)^2$ का विशिष्ट समाकल है

(A) $e^{2x} + e^x + \frac{1}{9}$

(B) $\frac{1}{9}e^{2x} + e^x + 1$

(C) $e^{2x} + \frac{1}{9}e^x + 1$

(D) $e^{2x} + e^x + 1$

69. Let $A = \begin{bmatrix} -5 & 2 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$ then eigen vectors corresponding to eigen values $\lambda_1 = -1$ and $\lambda_2 = -6$ are every non-zero scalar multiple of the following vector

(A) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ for $\lambda_1 = -1$ and $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ for $\lambda_2 = -6$

(B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ for $\lambda_1 = -1$ and $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ for $\lambda_2 = -6$

(C) $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$ for $\lambda_1 = -1$ and $\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$ for $\lambda_2 = -6$

(D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ for $\lambda_1 = -1$ and $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ for $\lambda_2 = -6$

70. The first research paper of legendry Indian Mathematician Shriniwas Ramanujan was published by the title

(A) Mock Theta function

(B) Highly composite number

(C) Problem of squaring a circle

(D) Some problems on Bernoulli number

71. The integrating factor of linear differential equation $\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2x+1}{x}\right) y = e^{-2x}$ is

(A) $2xe^x$

(B) xe^x

(C) xe^{2x}

(D) x^2e^{2x}

72. The orthogonal trajectories of the family of parabolas $y = cx^2$ is

(A) a family of straight lines

(B) a family of ellipses with centres at the origin and major axis along the x-axis

(C) a family of circles

(D) a family of hyperbolas

73. The nodal-locus of the equation $4xp^2 = (3x - a)^2$ is $\left(\text{where, } p = \frac{dy}{dx}\right)$

(A) $x = \frac{a}{2}$

(B) $x = a^2$

(C) $x = 0$

(D) $x = a$

74. The particular integral of differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + y = (e^x + 1)^2$ is

(A) $e^{2x} + e^x + \frac{1}{9}$

(B) $\frac{1}{9}e^{2x} + e^x + 1$

(C) $e^{2x} + \frac{1}{9}e^x + 1$

(D) $e^{2x} + e^x + 1$

75. द्वितीय कोटि की रैखिक अवकल समीकरण $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$ के लिये यदि $2 + 2Px + Qx^2 = 0$ वैध हो, तो निम्न में से कौन-सा सत्य है ? (जहाँ P, Q तथा R x के फलन है)

(A) $y = x$ पूरक फलन का एक भाग है

(B) $y = e^{-x}$ पूरक फलन का एक भाग है

(C) $y = x^2$ पूरक फलन का एक भाग है

(D) $y = e^x$ पूरक फलन का एक भाग है

76. पुनरावर्ती विधि से समीकरण $x = f(x)$ को हल करने में विधि अभिसारी होगी यदि वास्तविक मूल के सामीप्य में

(A) $|f'(x)| < 1$

(B) $|f(x)| < 1$

(C) $|f''(x)| < 1$

(D) $f(x) < 1$

77. रैखिक समीकरण निकाय $AX = B$ जहाँ A, n कोटि का एक वर्ग आव्यूह (n कोटि) है, $X, B \in R^n$, को गॉस-सीडल विधि से हल करने पर, विधि अभिसारित होती है यदि

(A) A किसी भी प्रकार का वर्ग आव्यूह हैं

(B) A निश्चित रूप से विकर्ण प्रभावी आव्यूह है

(C) A ऊपरि त्रिभुज आव्यूह हो

(D) A निम्न त्रिभुज आव्यूह हो

78. तृतीय कोटि के रूंगे-कुट्टा विधि के प्रयोग से समीकरण $\frac{dy}{dx} = x + y$ प्रारम्भिक शर्त $y(0) = 1$, को $x = 0.1$ पर दशमलव के चार स्थान तक शुद्ध पद की लम्बाई $h = 0.1$ लेते हुए, है

(A) 1.1100

(B) 1.1103

(C) 1.1130

(D) 1.1003

79. पद की लम्बाई 0.1 लेते हुए ऑयलर विधि से समीकरण $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$, $y(0) = 0$, से y (0.5) का मान दशमलव के तीन स्थान तक शुद्ध है

(A) 0.032

(B) 0.320

(C) 0.014

(D) 0.031

80. $\int_a^b y\,dx$ का आंकिक मान ज्ञात करने के लिए सिम्पसन एक-तिहाई नियम से वक्र $y = f(x)$ को माना जाता है एक

(A) सरल रेखा

(B) अतिपरवलय

(C) परवलय

(D) वृत्त

81. एक जुड़े हुए समतलीय सरल ग्राफ में 20 शीर्ष है, जिनमें से प्रत्येक की डिग्री 3 है । इस समतलीय ग्राफ का प्रतिनिधि समतल को कितने क्षेत्रों में विभाजित करता है ?

(A) 10

(B) 12

(C) 15

(D) 30

82. अव्युत्क्रमणीय आव्यूह का एक आइगन मान अवश्य है'

(A) 0

(B) 1

(C) −1

(D) 2

75. If $2 + 2Px + Qx^2 = 0$ is valid for a linear differential equation of second order $\frac{d^2y}{dx^2} + P\frac{dy}{dx} + Qy = R$, then which of the following is true ? (Where P, Q and R are functions of x)

(A) $y = x$ is a part of complementary function

(B) $y = e^{-x}$ is a part of complementary function

(C) $y = x^2$ is a part of complementary function

(D) $y = e^x$ is a part of complementary function

76. To solve the equation $x = f(x)$ using iteration method, the method will be convergent if in the neighbourhood of real root is

(A) $|f'(x)| < 1$

(B) $|f(x)| < 1$

(C) $|f''(x)| < 1$

(D) $f(x) < 1$

77. To solve system of line as equations AX = B where A is square matrix of order n, $X, B \in R^n$, using Gauss-Seidal method, the method converges if

(A) A is any type of square matrix

(B) A is strictly diagonally dominant matrix

(C) A is upper triangular matrix

(D). A is lower triangular matrix

78. Using Runge-Kutta's method of third order, the solution correct to four decimal places of the equation $\frac{dy}{dx} = x + y$ with initial condition $y(0) = 1$, at $x = 0.1$ by taking step size $h = 0.1$, is

(A) 1.1100

(B) 1.1103

(C). 1.1130

(D) 1.1003

79. Using Euler's method with step size 0.1 the value of y (0.5) from the differential equation $\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$, $y(0) = 0$, correct to three places of decimal is

(A) 0.032

(B) 0.320

(C) 0.014

(D) 0.031

80. To evaluate $\int_a^b y\,dx$ numerically by Simpson's one third rule the curve $y = f(x)$ is assumed to be a

(A) straight line

(B) hyperbola

(C) parabola

(D) circle

81. A connected planar simple graph has 20 vertices, each of degree 3, into how many regions does a representation of this planar graph split the plane ?

(A) 10

(B) 12

(C) 15

(D) 30

82. One of the eigen values of a singular matrix must be

(A) 0

(B) 1

(C) −1

(D) 2

83. कैली–हैमिल्टन प्रमेय के अनुसार प्रत्येक वर्ग मैट्रिक्स संतुष्ट करेगा अपने स्वयं के

(A) ट्रेस समीकरण

(B) रैंक समीकरण

(C) अभिलाक्षणिक समीकरण

(D) सारणिक समीकरण

84. एक व्युत्क्रमणीय ऊपरी त्रिकोणीय आव्यूह का व्युत्क्रम

(A) अवश्य एक ऊपरी त्रिकोणीय आव्यूह होगा

(B) अवश्य एक निचला त्रिकोणीय आव्यूह होगा

(C) एक ऊपरी त्रिकोणीय आव्यूह हो भी सकता है और नहीं भी

(D) एक निचला त्रिकोणीय आव्यूह हो भी सकता है और नहीं भी

85. साध्य $P \rightarrow Q$ का प्रतिधनात्मक होता है

(A) $Q \rightarrow P$

(B) $\sim P \rightarrow \sim Q$

(C) $P \rightarrow \sim Q$

(D) $\sim Q \rightarrow \sim P$

86. किसी साधारण असममित बंटन के लिए माध्य, माध्यिका एवं बहुलक में सन्निकट सम्बन्ध है

(A) बहुलक = माध्य – 3(माध्य – माध्यिका)

(B) बहुलक = 3 माध्य – 2 माध्यिका

(C) बहुलक = माध्यिका = माध्य

(D) बहुलक = माध्य + माध्यिका

87. माध्य विचलन न्यूनतम होता है जब इसे मापा जाता है

(A) माध्य से

(B) बहुलक से

(C) माध्यिका से

(D) बारम्बारता बंटन से

88. निम्नलिखित बंटन का माध्य से माध्य विचलन है

प्राप्तांक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
छात्रों की संख्या	5	8	15	16	6

(A) 0

(B) 9.44

(C) 9.24

(D) 9.34

89. यदि t-बंटन की स्वातन्त्र्य कोटि संख्या ν है, इसका प्रायिकता घनत्व फलन है

(A) $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{\nu}\beta\left(\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(B) $f(t) = \dfrac{\sqrt{\nu}}{\beta\left(\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(C) $f(t) = \dfrac{\beta\left(\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\nu}}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(D) $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{\nu}\,\beta\left(\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

90. यदि ν, χ^2-बंटन की स्वातन्त्र्य कोटि संख्या है, तो χ^2-बंटन के माध्य एवं प्रसरण क्रमश: हैं

(A) 2ν और ν

(B) 0 और 2ν

(C) ν और 2ν

(D) 2ν और 0

83. Cayley-Hamilton theorem states that every square matrix satisfies its own
(A) trace equation
(B) rank equation
(C) characteristic equation
(D) determinant equation

84. The inverse of a non-singular upper triangular matrix
(A) must be an upper triangular matrix
(B) must be a lower triangular matrix
(C) may or may not be an upper triangular matrix
(D) may or may not be an lower triangular matrix

85. Contrapositive of the implication $P \to Q$ is
(A) $Q \to P$
(B) $\sim P \to \sim Q$
(C) $P \to \sim Q$
(D) $\sim Q \to \sim P$

86. For the ordinary asymmetric distribution the relation between mean, median and mode is approximately as
(A) mode = mean – 3 (mean – median)
(B) mode = 3 mean – 2 median
(C) mode = median = mean
(D) mode = mean + median

87. The mean deviation is least when it is measured from
(A) mean
(B) mode
(C) median
(D) frequency distribution

88. The mean deviation from the mean of the following distribution is

Marks Obtained	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
No. of Students	5	8	15	16	6

(A) 0
(B) 9.44
(C) 9.24
(D) 9.34

89. If ν be the number of degrees of freedom of the t-distribution, its probability density function is given as

(A) $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{\nu}\beta\left(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(B) $f(t) = \dfrac{\sqrt{\nu}}{\beta\left(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(C) $f(t) = \dfrac{\beta\left(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{\nu}}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

(D) $f(t) = \dfrac{1}{\sqrt{\nu}\,\beta\left(\frac{\nu}{2},\frac{1}{2}\right)}\left(1+\dfrac{t^2}{\nu}\right)^{-\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}$, $-\infty < t < \infty$

90. If ν be the number of degrees of freedom of χ^2-distribution, the mean and variance of χ^2-distribution are respectively as
(A) 2ν and ν
(B) 0 and 2ν
(C) ν and 2ν
(D) 2ν and 0

91. शंकु $ax^2+by^2+cz^2+2fyz+2gzx+2hxy = 0$ के तीन परस्पर लंबवत जनक होने की शर्त है

(A) $-a + b - c = 0$

(B) $a - b - c = 0$

(C) $a + b + c = 0$ तथा परस्पर लंबवत जनकों का समुच्चय अपरिमित है

(D) $a + b + c = 0$ तथा परस्पर लंबवत जनकों का समुच्चय परिमित है

92. समीकरण $f(x, y) = 0$ एक बेलन को निरूपित करता है, जिसके जनक समानान्तर है

(A) z-अक्ष

(B) y-अक्ष

(C) x-अक्ष

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

93. यदि समतल $lx + my + nz = p$ केन्द्रीय शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$, को स्पर्श करता हो, तो $\frac{l^2}{a}+\frac{m^2}{b}+\frac{n^2}{c}$ बराबर है

(A) $\sqrt{p}$

(B) p

(C) p^2

(D) p^3

94. समतल $z = \sqrt{5}$ तथा दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ के प्रतिच्छेदन से प्राप्त वक्र का क्षेत्रफल है

(A) $\pi ab(c^2 - 25)$

(B) $\pi ab(c^2 - 5)$

(C) $\pi ab\left(c-\frac{5}{c}\right)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

95. परवलयज $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=z$ के बिन्दु (8, 9, 5) पर स्पर्श तल का समीकरण है

(A) $8x - 6y + z = 5$

(B) $8x + 6y + z = 5$

(C) $8x + 6y - z = 5$

(D) $8x - 6y - z = 5$

96. वक्र $r = 2a\cos\theta$ को प्रारंभिक रेखा के परित: परिभ्रमण से जनित ठोस का पृष्ठ होगा

(A) $8\pi a^2$

(B) $4\pi a^2$

(C) $2\pi a^2$

(D) πa^2

97. $f(x) = \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \in \mathbb{R}^+$ के लिए निम्नलिखित कथनों पर विचार कीजिये :

I : $f(x)$ सतत है $\forall\ x \in \mathbb{R}^+$

II : $f(x)$ एक समानत: सतत $\mathbb{R}^+$ पर है

तब

(A) I और II दोनों सत्य है

(B) I और II दोनों असत्य है

(C) I असत्य है और II सत्य है

(D) I सत्य है और II असत्य है

98. फलन $f(x, y) = 2x^4 - 3x^2y + y^2$ के लिए निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा सत्य है ?

(A) $f(x, y)$ का (0, 0) पर अधिकतम मान है

(B) $f(x, y)$ का (0, 0) पर न्यूनतम मान है

(C) $f(x, y)$, (0, 0) पर न तो अधिकतम है और न ही न्यूनतम है

(D) इनमें से कोई नहीं

91. The condition for the cone $ax^2+by^2+cz^2+2fyz+2gzx+2hxy = 0$ to have three mutually perpendicular generators, is

(A) $-a + b - c = 0$

(B) $a - b - c = 0$

(C) $a + b + c = 0$ and set of mutually perpendicular generators is infinite

(D) $a + b + c = 0$ and set of mutually perpendicular generators is finite

92. The equation $f(x, y) = 0$ represents a cylinder, then its generators are parallel to

(A) z-axis

(B) y-axis

(C) x-axis

(D) none of the above

93. If the plane $lx + my + nz = p$ touches the central conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$, then $\frac{l^2}{a}+\frac{m^2}{b}+\frac{n^2}{c}$ equals

(A) $\sqrt{p}$

(B) p

(C) p^2

(D) p^3

94. The area enclosed by the curve obtained by intersection of the plane $z = \sqrt{5}$ and the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ is

(A) $\pi ab(c^2 - 25)$

(B) $\pi ab(c^2 - 5)$

(C) $\pi ab\left(c-\frac{5}{c}\right)$

(D) none of the above

95. The equation of the tangent plane to the paraboloid $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{3}=z$ at the point (8, 9, 5) is

(A) $8x - 6y + z = 5$

(B) $8x + 6y + z = 5$

(C) $8x + 6y - z = 5$

(D) $8x - 6y - z = 5$

96. Surface of the solid generated by the revolution of the curve $r = 2a\cos\theta$ about the initial line is

(A) $8\pi a^2$

(B) $4\pi a^2$

(C) $2\pi a^2$

(D) πa^2

97. Consider the following statements for $f(x)=\sin\left(\frac{1}{x}\right),\ x \in \mathbb{R}^+$

I : $f(x)$ is continuous $\forall\ x \in \mathbb{R}^+$

II : $f(x)$ is uniformly continuous on $\mathbb{R}^+$

then

(A) Both I and II are true

(B) Both I and II are false

(C) I is false and II is true

(D) I is true and II is false

98. Which of the following statements is true for the function $f(x, y) = 2x^4 - 3x^2y + y^2$?

(A) $f(x, y)$ has maximum value at (0, 0)

(B) $f(x, y)$ has minimum value at (0, 0)

(C) $f(x, y)$ has neither maximum nor minimum at (0, 0)

(D) None of these

99. $\int_0^{\infty} e^{-x^2}dx$ का मान है

(A) $\sqrt{\pi}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) परिभाषित नहीं

100. $\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2}dxdy$ का मान है

(A) $\frac{\pi a^3}{3}$

(B) $\frac{\pi a^2}{6}$

(C) $\frac{\pi a^3}{6}$

(D) $\frac{\pi a^3}{12}$

101. हिल्बर्ट समष्टि H का प्रत्येक परिबद्ध रैखिक फलनक Φ को, $\Phi(h) = (h, f)$ के रूप में व्यक्त किया जा सकता हैं।
जहाँ f, H का एक निश्चित स्थिर सदिश है, जो विशिष्ट रूप से Φ द्वारा निर्धारित है, इस प्रकार है कि $||\Phi|| = ||f||$, प्रमेय जाना जाता है

(A) वीरस्ट्रास प्रमेय

(B) बनाक संकुचन प्रमेय

(C) हिल्बर्ट रैखिक फलनक प्रमेय

(D) रिज़-रिप्रेजेंटेशन प्रमेय

102. यदि $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ मानक रैखिक समष्टि में सदिशों का रैखित: स्वतंत्र समुच्च है, तब कौन-सी असामिका सही है ?

(A) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \geq C\sum_{\tau=1}^{n}|\alpha_i|, C > 0$

(B) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \leq C\sum_{\tau=1}^{n}|\alpha_i|, C > 0$

(C) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \geq C\sum_{\tau=1}^{n}|\alpha_i|, C \geq 0$

(D) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \leq C\sum_{\tau=1}^{n}|\alpha_i|, C \leq 0$

103. सही कथन (कथनों) का चयन कीजिए ।

(A) परिमित विमीय मानक रैखिक समष्टि X में कोई भी उपसमुच्चय $M \subset X$ तभी संहत होता है यदि M बंद और अपरिबद्ध हो

(B) यदि एक मानक समष्टि में यह गुण है कि बंद इकाई $M = \{x \in X : \|X\| \leq 1\}$ संघन (compact) है, तो X अपरिमित आयमी होगा

(C) R^n में, संघन (compact) उपसमुच्चय विवृत और परिबद्ध होते हैं

(D) परिमित विमीय मानक रैखिक-समष्टि X में कोई भी उपसमुच्चय $M \subset X$ तभी संहत होता है यदि M संवृत्त और परिबद्ध हो

99. The value of $\int_0^\infty e^{-x^2}dx$ is

(A) $\sqrt{\pi}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) not defined

100. The value of

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-y^2}} \sqrt{a^2-x^2-y^2}\,dxdy \text{ is}$$

(A) $\frac{\pi a^3}{3}$

(B) $\frac{\pi a^2}{6}$

(C) $\frac{\pi a^3}{6}$

(D) $\frac{\pi a^3}{12}$

101. Every bounded linear functional Φ of a Hilbert space H can be expressed in the form $\Phi(h) = (h, f)$. Where f is a certain fixed vector of H, uniquely determined by Φ and such that $||\Phi|| = ||f||$ the theorem is known as

(A) Weierstrass theorem

(B) Banach contraction theorem

(C) Hilbert linear function theorem

(D) Riesz-representation theorem

102. Let $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ be a linearly independent set of vectors in a normed linear space. Then which of the following inequality holds ?

(A) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \geq C\sum_{\tau=1}^{n} |\alpha_i|, C > 0$

(B) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \leq C\sum_{\tau=1}^{n} |\alpha_i|, C > 0$

(C) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \geq C\sum_{\tau=1}^{n} |\alpha_i|, C \geq 0$

(D) $\|\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n\| \leq C\sum_{\tau=1}^{n} |\alpha_i|, C \leq 0$

103. Identify the true statement(s).

(A) In a finite dimensional normed space X, any subset $M \subset X$ is compact iff M is closed and unbounded

(B) If a normed space X has the property that closed unit ball $M = \{x \in X : \|X\| \leq 1\}$ is compact, then X is infinite dimensional

(C) In R^n, the compact subsets are open and bounded subsets

(D) In a finite dimensional normed space X, any subset $M \subset X$ is compact iff M is closed and bounded

104. यदि H एक हिल्बर्ट समष्टि है और $x, y \in H$, तब

(A) $|(x, y)| = \|x\| \, \|y\|$ यदि और केवल यदि x और y रैखिकत: स्वतंत्र हैं

(B) $|(x, y)| = \|x\| \, \|y\|$ यदि और केवल यदि x और y रैखिकत: परतंत्र हैं

(C) $|(x, y)| = |x| \, |y|$ यदि और केवल यदि x और y रैखिकत: स्वतंत्र हैं

(D) $\|(x, y)\| = |x| \, |y|$ यदि और केवल यदि x और y रैखिकत: परतंत्र हैं

105. गैर स्वतुल्य समष्टि है

(A) l_1 समष्टि

(B) l_p^n, $1 \le p \le \infty$ समष्टि

(C) l_p, $1 < p < \infty$ समष्टि

(D) l_p^n, $1 < p < \infty$ समष्टि

106. यदि $(I, +, \cdot)$ पूर्णांकों की वलय है, तो निम्नलिखित में से कौन-सा समुच्चय एक गुणजावली है ?

(A) $\{-1, -2, -3\}$

(B) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

(C) $\{\ldots, -4, -2, 0, 2, 4, \ldots\}$

(D) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

107. मोड्यूलो(m) $(m \in N)$ अवशेष कक्षाओं का समुच्चय योग व गुणन के लिए शून्य के भाजकों रहित वलय होता है, यदि

(A) m सम है

(B) m अभाज्य है

(C) m विषम है

(D) m अभाज्य नहीं है

108. यदि F मोड्यूलो 11 पर पूर्णांकों का क्षेत्र है, तो क्षेत्र $\frac{F[x]}{(x^2+1)}$ में अवयवों की संख्या है

(A) 11

(B) 22

(C) 121

(D) 110

109. क्षेत्र F का विस्तार K क्षेत्र F का बीजगणितीय विस्तार कहलाता है, यदि

(A) K में कुछ अवयव क्षेत्र F पर बीजगणितीय है

(B) K में प्रत्येक अवयव क्षेत्र F पर बीजगणितीय है

(C) K में कोई भी अवयव क्षेत्र F पर बीजगणितीय नहीं है

(D) K में कमसे कम एक अवयव क्षेत्र F पर बीजगणितीय है

110. निम्नलिखित में से कौन-सा सही **नहीं** है ?

(A) $x^2 + x + 4$ मोड्यूलो 11 पूर्णांकों के क्षेत्र F पर अखण्डनीय है

(B) $x^2 + x + 1$ मोड्यूलो 2 पूर्णांकों के क्षेत्र F पर अखण्डनीय है

(C) $x^3 + x + 2$ मोड्यूलो 7 पूर्णांकों के क्षेत्र F पर अखण्डनीय है

(D) $x^3 + 3x + 2$ मोड्यूलो 7 पूर्णांकों के क्षेत्र F पर अखण्डनीय है

104. If H is a Hilbert space and $x, y \in H$, then

(A) $|(x, y)| = \|x\| \, \|y\|$ iff x and y are linearly independent

(B) $|(x, y)| = \|x\| \, \|y\|$ iff x and y are linearly dependent

(C) $|(x, y)| = |x| \, |y|$ iff x and y are linearly independent

(D) $\|(x, y)\| = |x| \, |y|$ iff x and y are linearly dependent

105. Non-reflexive space is

(A) l_1 space

(B) l_p^n, $1 \le p \le \infty$ space

(C) l_p, $1 < p < \infty$ space

(D) l_p^n, $1 < p < \infty$ space

106. If $(I, +, \cdot)$ is the ring of integers, then which of the following sets will be an ideal ?

(A) $\{-1, -2, -3\}$

(B) $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

(C) $\{..., -4, -2, 0, 2, 4, ...\}$

(D) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

107. The set of residue classes mod(m) ($m \in N$) is a ring without zero divisors under addition and multiplication, if

(A) m is even

(B) m is prime

(C) m is odd

(D) m is not prime

108. If F is the field of integers mod 11 then the number of elements in the field $\frac{F[x]}{(x^2+1)}$ is

(A) 11

(B) 22

(C) 121

(D) 110

109. The extension K of the field F is called an algebraic extension of F, if

(A) some elements in K are algebraic over F

(B) every element in K is algebraic over F

(C) none of the element in K is algebraic over F

(D) atleast one element in K is algebraic over F

110. Which of the following is **not** correct ?

(A) $x^2 + x + 4$ is irreducible over F, the field of integers mod 11

(B) $x^2 + x + 1$ is irreducible over F, the field of integers mod 2

(C) $x^3 + x + 2$ is irreducible over F, the field of integers mod 7

(D) $x^3 + 3x + 2$ is irreducible over F, the field of integers mod 7

111. सही कथन चुनिए ।

(A) एक रैखिक संकारक $T \geq 0$ यदि और केवल यदि $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(B) एक परिबद्ध रैखिक संकारक $T \geq 0$ यदि और केवल यदि $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(C) एक परिबद्ध स्व सहखण्डज रैखिक संकारक $T \geq 0$ यदि और केवल यदि $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(D) एक परिबद्ध रैखिक संकारक $T \geq 0$ यदि और केवल यदि $\langle Tx, x \rangle \leq 0$

112. स्वतुल्य समष्टि को पहचानें ।

(A) l_p समष्टि, $1<p<\infty$

(B) C_0 समष्टि, सभी अनुक्रम जीरो की तरफ अभिसारित हैं

(C) l_1 समष्टि

(D) C [a, b] समष्टि, सभी सतत् फलन जो बंद अंतराल [a, b] पर परिभाषित है

113. माना N और N′ मानक रैखिक समष्टि हैं और माना N से N′ में T एक परिबद्ध रैखिक रूपान्तरण है, तब

(A) $\|T\| = \inf\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \leq 1\}$

(B) $\|T\| = \sup\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \geq 1\}$

(C) $\|T\| = \sup\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \leq 1\}$

(D) $\|T\| = \inf\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \geq 1\}$

114. सही कथन चुनियें ।

(A) विवृत प्रति चित्रण (open mapping) प्रमेय एकल रैखिक रूपांतरण से संबंधित नहीं है

(B) बनाक–स्टीनहास प्रमेय एकल रैखिक रूपांतरण (single linear transformations) से संबंधित है

(C) संवृत आलेख प्रमेय एकल रैखिक रूपांतरण से संबंधित नहीं है

(D) विवृत प्रति चित्रण प्रमेय एवं संवृत आलेख प्रमेय एकल रैखिक रूपांतरण से संबंधित है

115. मान ले कि $\langle x_n \rangle$ एक मानक रैखीय अनुक्रम N में एक दुर्बल रूप से अभिसारी अनुक्रम है तथा $\langle x_n \rangle$ का x पर एक दुर्बल अभिसरण N है । तब

(A) $\langle x_n \rangle$ की दुर्बल सीमा x है और अद्वितीय नहीं है

(B) $\langle x_n \rangle$ की प्रत्येक उपानुक्रम दुर्बलता से x की ओर अपसारित होती है

(C) अनुक्रम $(\|x_n\|)$ अपरिबद्ध है

(D) अनुक्रम $(\|x_n\|)$ परिबद्ध है

116. प्राचीन भारतीय गणित में पाइथागोरस प्रमेय की खोज के लिए जाना जाता है

(A) आर्यभट्ट

(B) ब्रह्मगुप्त

(C) बौधायन

(D) माधवन

111. Identify the true statement.

(A) A linear operator $T \geq 0$ iff $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(B) A bounded linear operator $T \geq 0$ iff $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(C) A bounded self adjoint linear operator $T \geq 0$ iff $\langle Tx, x \rangle \geq 0$

(D) A bounded linear operator $T \geq 0$ iff $\langle Tx, x \rangle \leq 0$

112. Identify the reflexive space.

(A) l_p space, $1<p<\infty$

(B) C_0 space, all sequences converging to zero

(C) l_1 space

(D) C [a, b] space, set of all continuous functions defined on closed interval [a, b]

113. Let N and N′ be normed linear spaces and let T be a bounded linear transformation of N into N′, then

(A) $\|T\| = \inf\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \leq 1\}$

(B) $\|T\| = \sup\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \geq 1\}$

(C) $\|T\| = \sup\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \leq 1\}$

(D) $\|T\| = \inf\{\|T(x)\| : x \in N, \|x\| \geq 1\}$

114. Identify the correct statement.

(A) Open mapping theorem not deals with a single linear transformation

(B) Banach-Steinhaus theorem deals with single linear transformation

(C) Closed graph theorem not deals with a single linear transformation

(D) The open mapping theorem and closed graph theorem deal with a single linear transformation

115. Let $\langle x_n \rangle$ be a weakly convergent sequence in a normed linear space N and Let $\langle x_n \rangle$ converges to x weakly in N. Then

(A) The weak limit x of $\langle x_n \rangle$ is not unique

(B) Every subsequence of $\langle x_n \rangle$ diverges weakly to x

(C) The sequence $(\|x_n\|)$ is unbounded

(D) The sequence $(\|x_n\|)$ is bounded

116. The Pythagoras theorem in ancient Indian mathematics discovered by

(A) Aryabhata

(B) Brahmgupta

(C) Baudhayana

(D) Madhavan

117. π की गणना के लिए अनंत श्रेणी का विचार विकसित किया

(A) आर्यभट्ट

(B) माधवन

(C) वराहमिहिर

(D) ब्रह्मगुप्त

118. किसी समीकरण का मेरे लिए तब तक महत्व नहीं है जब तक कि उससे मुजे ईश्वर का विचार न आए किसने कहा ?

(A) श्रीनिवास रामानुजन

(B) भास्कराचार्य – II

(C) वराहमिहिर

(D) आर्यभट्ट

119. संबंध जो आंशिक क्रम संबंध **नहीं** है

(A) पूर्णांकों के समुच्चय पर "से बड़ा या बराबर" संबंध

(B) धनात्मक पूर्णांकों के समुच्चय पर विभाज्यता संबंध

(C) किसी समुच्चय के घात समुच्चय पर समावेशन संबंध

(D) लोगों के समुच्चय पर, संबंध R जो परिभाषित है xRy यदि x,y से आयु में बड़ा है

120. यदि किसी वृक्ष में 15 किनारे है, तो उसके कितने शीर्ष होंगे ?

(A) 9

(B) 14

(C) 16

(D) 20

121. वृत्तों $r = a\sqrt{2}$ तथा $r = 2a\cos\theta$ के बीच का उभयनिष्ठ क्षेत्रफल है

(A) $2a^2(\pi + 1)$

(B) πa^2

(C) $2a\pi$

(D) $a^2(\pi - 1)$

122. अनुक्रम $\langle a_n \rangle$, जहाँकि,

$$a_n = \frac{1 + 2^{1/2} + 3^{1/3} + \ldots + n^{1/n}}{n}$$ है, के लिए

निम्नलिखित में से कौन-सा सत्य है ?

(A) $\langle a_n \rangle$ 1 पर अभिसारित करती है

(B) $\langle a_n \rangle$ 0 पर अभिसारित करती है

(C) $\langle a_n \rangle$ ∞ पर अपसारित करती है

(D) $\langle a_n \rangle$ ना तो अभिसारित करती है और ना ही अपसारित करती है

123. अनुक्रम $\langle a_n \rangle$, $a_n = \frac{2n-7}{3n+2}$, के लिए

निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा सत्य **नहीं** है ?

(A) $\langle a_n \rangle$ एकरूप से बढ़ रहा है

(B) $\langle a_n \rangle$ उपरि परिबद्ध है

(C) $\langle a_n \rangle$ अभिसारी है

(D) $\langle a_n \rangle$ अपसारी है

124. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^p}, p > 0$ है

(A) निरपेक्षत: अभिसारी यदि $p<1$ है

(B) निरपेक्षत: अभिसारी यदि $p>1$ है

(C) सशर्त अभिसारी नहीं है यदि $0 < p \le 1$ है

(D) इनमें से कोई नहीं

117. The idea of the infinite series for the calculation of π was developed by

(A) Aryabhata

(B) Madhavan

(C) Varahmihir

(D) Brahmgupta

118. An equation has no meaning for me unless it express the thought of God. Who told this ?

(A) Shriniwas Ramanujan

(B) Bhaskaracharya – II

(C) Varahamihir

(D) Aryabhatta

119. The relation which is **not** a partial order relation is

(A) "Greater than or equal" relation on the set of integers

(B) Divisibility relation on the set of positive integers

(C) Inclusion relation on the power set of a set

(D) On the set of people, relation R defined by xRy if x is older than y

120. If a tree has 15 edges, how many vertices does it have ?

(A) 9

(B) 14

(C) 16

(D) 20

121. The common area between the circles $r = a\sqrt{2}$ and $r = 2a\cos\theta$ is

(A) $2a^2(\pi + 1)$

(B) πa^2

(C) $2a\pi$

(D) $a^2(\pi - 1)$

122. Which of the following is true for the sequence $\langle a_n \rangle$, where $a_n = \dfrac{1 + 2^{1/2} + 3^{1/3} + \ldots + n^{1/n}}{n}$?

(A) $\langle a_n \rangle$ converges to 1

(B) $\langle a_n \rangle$ converges to 0

(C) $\langle a_n \rangle$ diverges to ∞

(D) $\langle a_n \rangle$ neither converges nor diverges

123. Which of the following statements is **not** true for the sequence $\langle a_n \rangle$, $a_n = \dfrac{2n - 7}{3n + 2}$?

(A) $\langle a_n \rangle$ is monotonically increasing

(B) $\langle a_n \rangle$ is bounded above

(C) $\langle a_n \rangle$ is convergent

(D) $\langle a_n \rangle$ is divergent

124. The series $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{(-1)^{n+1}}{n^p}, p > 0$ is

(A) absolutely convergent if $p < 1$

(B) absolutely convergent if $p > 1$

(C) not conditionally convergent if $0 < p \leq 1$

(D) none of these

125. निम्नलिखित कथनों में से कौन-सा सत्य है ?

(A) $\frac{x}{1+x} > \log(1+x) > x, x > 0$

(B) $\log(1+x) < x$ तथा $\log(1+x) < \frac{x}{1+x}, x > 0$

(C) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x, x > 0$

(D) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x)$ तथा $\log(1+x) > x, x > 0$

126. यदि $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ एक धनात्मक श्रेणी l पर अभिसारी है, तो $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ का कोई भी पुनर्विन्यास $\sum_{n=1}^{\infty} u_{k_n}$ भी

(A) ∞ पर अपसारित होती है

(B) l पर अभिसारी होती है

(C) $-\infty$ पर अपसारित होती है

(D) कोई भी संख्या l से कम पर अभिसारी है

127. एक एकान्तर श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$, $u_n > 0$, अभिसारी है, यदि

(A) $u_{n+1} \leq u_n$ सभी $n \geq m \in N$ और $\lim_n u_n \neq 0$

(B) $u_{n+1} \geq u_n$ सभी $n \geq m \in N$ और $\lim_n u_n = 0$

(C) $u_{n+1} \geq u_n$ सभी $n \geq m \in N$ और $\lim_n u_n \neq 0$

(D) $u_{n+1} \leq u_n$ सभी $n \geq m \in N$ और $\lim_n u_n = 0$

128. श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(A) अभिसारित होती है, यदि $p < 1$

(B) अपसारित होती है, यदि $p \geq 1$

(C) अभिसारित होती है, यदि $p = 1$

(D) अभिसारित होती है, यदि $p > 1$

129. माना a कोई वास्तविक संख्या है और b कोई धनात्मक वास्तविक संख्या है । तब एक धनात्मक पूर्णांक n का अस्तित्व इस प्रकार है कि

(A) $nb > a$

(B) $nb < a$

(C) $nb = a$

(D) $nb \leq a$

130. माना A एक गणनीय समुच्चय है । यदि $f : A \to B$ आच्छादक है, तो

(A) B गणनीय समुच्चय है

(B) B एक अगणनीय समुच्चय है

(C) B एक अनंत समुच्चय है

(D) B एक समतुल्य समुच्चय है

131. तीन सदिश $a_{(1)} = [3\ \ 0\ \ 2\ \ 2]$, $a_{(2)} = [-6\ \ 42\ \ 24\ \ 54]$ और $a_{(3)} = [21\ \ -21\ \ 0\ \ -15]$

कथन I : एकघाततः स्वतन्त्र है ।

कथन II : एकघाततः परतन्त्र है ।

(A) केवल कथन I सत्य है

(B) केवल कथन II सत्य है

(C) दोनों कथन सत्य है

(D) दोनों कथन असत्य है

125. Which of the following statements is true ?

(A) $\frac{x}{1+x} > \log(1+x) > x, x > 0$

(B) $\log(1+x) < x$ and $\log(1+x) < \frac{x}{1+x}, x > 0$

(C) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x) < x, x > 0$

(D) $\frac{x}{1+x} < \log(1+x)$ and $\log(1+x) > x, x > 0$

126. If $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ is a positive series which converges to l, then any rearrangements $\sum_{n=1}^{\infty} u_{k_n}$ of $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ also

(A) Diverges to ∞

(B) Converges to l

(C) Diverges to $-\infty$

(D) Converges to any number less than l

127. An alternating series $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} u_n$, $u_n > 0$ is convergent is

(A) $u_{n+1} \leq u_n$ for all $n \geq m \in N$ and $\lim_n u_n \neq 0$

(B) $u_{n+1} \geq u_n$ for all $n \geq m \in N$ and $\lim_n u_n = 0$

(C) $u_{n+1} \geq u_n$ for all $n \geq m \in N$ and $\lim_n u_n \neq 0$

(D) $u_{n+1} \leq u_n$ for all $n \geq m \in N$ and $\lim_n u_n = 0$

128. The series $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$

(A) Converges if $p < 1$

(B) Diverges if $p \geq 1$

(C) Converges if $p = 1$

(D) Converges if $p > 1$

129. Let a be any real number and b be any positive real number. Then there exists a positive integer n such that

(A) $nb > a$

(B) $nb < a$

(C) $nb = a$

(D) $nb \leq a$

130. Let A be a countable set. If $f : A \rightarrow B$ is onto, then

(A) B is countable set

(B) B is uncountable set

(C) B is infinite set

(D) B is equivalent set

131. The three vectors $a_{(1)} = [3 \ 0 \ 2 \ 2]$, $a_{(2)} = [-6 \ 42 \ 24 \ 54]$ and $a_{(3)} = [21 \ -21 \ 0 \ -15]$ are

Statement I : Linearly independent.

Statement II : Linearly dependent.

(A) Only statement I is true

(B) Only statement II is true

(C) Both the statements are true

(D) Both the statements are false

132. सदिश $e = [m \ \ 3 \ \ 1]$, सदिश $e_1 = [3 \ \ 2 \ \ 1]$ और सदिश $e_2 = [2 \ 1 \ 0]$ का एकघाततः संचय है, तब m का मान

(A) 1

(B) 0

(C) 5

(D) 2

133. सदिश समष्टि V(F) की दो उपसमष्टियाँ W_1 तथा W_2 का संघ V(F) की उपसमष्टि होगी यदि और केवल यदि

(A) $W_1 \subset W_2$ और $W_2 \subset W_1$

(B) $W_1 \subset W_2$ या $W_2 \subset W_1$

(C) $W_1 \not\subset W_2$ और $W_2 \not\subset W_1$

(D) इनमें से कोई नहीं

134. यदि V और V′ क्षेत्र F पर दो सदिश समष्टियाँ है तब कौन–सा विकल्प सही नहीं है ?

(A) तत्समक प्रतिचित्रण $t : V \rightarrow V$, $t(v) = v \ \forall v \in V$ एक रैखिक रूपान्तरण है

(B) शून्य प्रतिचित्रण $t : V \rightarrow V$, $t(v) = 0$ $\forall v \in V$ एक रैखिक रूपान्तर है जहाँ 0, V का शून्य सदिश है

(C) यदि $t : V \rightarrow V'$, एक रैखिक रूपान्तर है तब $t(0) = 0'$ जहाँ 0 और 0′ क्रमशः V और V′ के शून्य सदिश है

(D) रूपान्तरण $t : V \rightarrow V'$, $\forall u, v \in V$ और $\forall \alpha, \beta \in F$, $t(\alpha u + \beta v) \neq \alpha t(u) + \beta t(v)$ एक रैखिक रूपान्तर है

135. रैखिक प्रतिचित्रण $t : R^2 \rightarrow R^2$, $t(x, y) = (x + y, x - y)$ द्वारा दिया गया है, तो आधार $B = \{(1, 0), (0, 1)\}$ के सापेक्ष t का आव्यूह है

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

136. यदि $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ है, तो $y_5(0)$ और $y_6(0)$ के मान हैं

(A) –120 तथा 0

(B) 5! तथा 6!

(C) 0 तथा 6!

(D) इनमें से कोई नहीं

137. निम्नलिखित में कौन–सा sinx का मैकलॉरिन विस्तार लैग्रेंज के शेषफल रूप के साथ है, जबकि $0 < \theta < 1$ है ?

(A) $x - \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{x^5}{5} + \ldots + (-1)^{2n-1} \dfrac{x^{2n-1}}{(2n-1)} + (-1)^{2n} \dfrac{x^{2n}}{2n} \sin \theta x$

(B) $x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} + \ldots + \dfrac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} + (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!} \sin \theta x$

(C) $x - \dfrac{x^3}{3!} + \dfrac{x^5}{5!} + \ldots + \dfrac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(n-1)!} + (-1)^n \dfrac{x^{2n}}{(2n)!} (1-\theta)^n \sin \theta x$

(D) इनमें से कोई नहीं

132. The vector e = [m 3 1] is a linear combination of vectors e_1=[3 2 1] and vector e_2 = [2 1 0], then m equals

(A) 1

(B) 0

(C) 5

(D) 2

133. Union of two subspaces W_1 and W_2 of a vector space V(F) is a subspace over V(F) if and only if

(A) $W_1 \subset W_2$ and $W_2 \subset W_1$

(B) $W_1 \subset W_2$ or $W_2 \subset W_1$

(C) $W_1 \not\subset W_2$ and $W_2 \not\subset W_1$

(D) None of these

134. If V and V′ are two vector spaces over the field F then which of the following option is **not** correct ?

(A) The identity transformation $t : V \to V$, $t(v) = v \;\; \forall v \in V$ is a linear transformation

(B) The zero transformation $t : V \to V$, $t(v) = 0 \;\forall v \in V$ and 0 is the zero vector of V is a linear transformation

(C) If $t : V \to V'$ is a linear transformation then $t(0) = 0'$ where 0 and 0′ are zero vectors of V and V′ respectively

(D) A transformation $t : V \to V'$, $\forall u, v \in V$ and $\forall \alpha, \beta \in F$, $t(\alpha u + \beta v) \neq \alpha t(u) + \beta t(v)$ is a linear transformation

135. The linear map $t : R^2 \to R^2$ be given by t(x, y) = (x + y, x − y) then the matrix of t relative to the base B ={(1, 0), (0, 1)} is

(A) $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

136. If $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}$, then the values of $y_5(0)$ and $y_6(0)$ are

(A) −120 and 0

(B) 5! and 6!

(C) 0 and 6!

(D) None of these

137. Which of the following is Maclaurin's expansion of sinx with Lagrange's form of remainder, where 0 < θ < 1 ?

(A) $x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \ldots + (-1)^{2n-1} \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)}$
$+(-1)^{2n} \frac{x^{2n}}{2n} \sin\theta x$

(B) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(2n-1)!} +$
$(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} \sin\theta x$

(C) $x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \ldots + \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{(n-1)!}$
$+(-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n)!} (1-\theta)^n \sin\theta x$

(D) None of these

138. वह घनाकृति (त्रिघात), जिसके अनंतस्पर्शी वही हैं जो कि वक्र $x^3-6x^2y+11xy^2-6y^3+x+y+1=0$ के हैं तथा जो y-अक्ष को मूल बिन्दु पर स्पर्श करती है तथा बिन्दु (3, 2) से गुजरती है,

(A) $x^3-6x^2y+11xy^2-6y^3+3x-2y=0$

(B) $x^3-6x^2y+11xy^2-6y^3+2x-3y=0$

(C) $x^3-6x^2y+11xy^2-6y^3-x=0$

(D) $x^3-6x^2y+11xy^2-6y^3+x=0$

139. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x\, dx$ का मान है

(A) $\frac{n!\pi}{[2^n(2n)!]^2}$

(B) $\frac{(2n)!\pi}{2^{2n+1}(n!)^2}$

(C) $\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\frac{\pi}{2}$

140. हृदयाभ $r = a(1+\cos\theta)$ की पूरी लम्बाई है

(A) 16a

(B) 2a

(C) 4a

(D) 8a

141. बिंदुओं $z_1 = \infty$, $z_2 = i$ एवं $z_3 = 0$ को बिंदुओं $w_1 = 0$, $w_2 = i$ एवं $w_3 = \infty$ में प्रतिचित्रित करने वाला द्विरैखिक रूपांतरण है

(A) $w=\frac{1}{z}$

(B) $w=\frac{1}{z-1}$

(C) $w=-\frac{1}{z}$

(D) $w=\frac{1}{z+1}$

142. $w=\frac{z-1}{z+1}$ के नियत बिंदु एवं सामान्य रूप हैं

(A) $\pm i$ एवं $\frac{w-i}{w+i}=-i\frac{z-i}{z+i}$

(B) ± 1 एवं $\frac{w-1}{w+1}=-\frac{z-1}{z+1}$

(C) i एवं $\frac{1}{w+i}=-\frac{1}{z+i}$

(D) 1 एवं $\frac{1}{w+1}=-\frac{1}{z+1}$

143. फलन $\frac{1}{(z^2+1)^2}$ के $\pm i$ पर द्विक ध्रुव है, i पर अवशेष है

(A) $2\pi i$

(B) $\frac{\pi}{i}$

(C) $\frac{1}{4i}$

(D) $\frac{4}{i}$

138. The cubic, which has the same asymptotes as the curve $x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + x + y + 1 = 0$ and which touches the axis of y at the origin and passes through the point (3, 2), is

(A) $x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + 3x - 2y = 0$

(B) $x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + 2x - 3y = 0$

(C) $x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 - x = 0$

(D) $x^3 - 6x^2y + 11xy^2 - 6y^3 + x = 0$

139. The value of $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{2n} x\, dx$ is

(A) $\frac{n!\pi}{[2^n(2n)!]^2}$

(B) $\frac{(2n)!\pi}{2^{2n+1}(n!)^2}$

(C) $\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{(2n)!}{2^{2n}n!}\frac{\pi}{2}$

140. The entire length of the cardioid $r = a(1+\cos\theta)$ is

(A) 16a

(B) 2a

(C) 4a

(D) 8a

141. The bilinear transformation that maps the points $z_1 = \infty$, $z_2 = i$ and $z_3 = 0$ into the points $w_1 = 0$, $w_2 = i$ and $w_3 = \infty$ is

(A) $w = \frac{1}{z}$

(B) $w = \frac{1}{z-1}$

(C) $w = -\frac{1}{z}$

(D) $w = \frac{1}{z+1}$

142. The fixed points and normal form of $w = \frac{z-1}{z+1}$ are

(A) $\pm i$ and $\frac{w-i}{w+i} = -i\frac{z-i}{z+i}$

(B) ± 1 and $\frac{w-1}{w+1} = -\frac{z-1}{z+1}$

(C) i and $\frac{1}{w+i} = -\frac{1}{z+i}$

(D) 1 and $\frac{1}{w+1} = -\frac{1}{z+1}$

143. The function $\frac{1}{(z^2+1)^2}$ has double pole at $\pm i$, the residue at i is given by

(A) $2\pi i$

(B) $\frac{\pi}{i}$

(C) $\frac{1}{4i}$

(D) $\frac{4}{i}$

144. $z = \infty$ पर $\frac{z^3}{z^2-1}$ का अवशेष है

(A) 0

(B) 1

(C) –1

(D) ∞

145. $z = \frac{1}{2}$ पर $\tan^{n-1}\pi z$ का अवशेष है, जहाँ n एक सम धनात्मक पूर्णांक है

(A) πi^n

(B) $-\pi i^{-n}$

(C) $\frac{i^n}{\pi}$

(D) $\frac{(-1)^{n/2}}{\pi}$

146. समाकल $\int_C (e^x dx + 2y dy - dz)$ का मान, जहाँ C वक्र $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$; है

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 0

147. समीकरण $lx^2 + 2kxy + my^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ एक वृत्त को निरूपित करेगा, यदि

(A) $l = m$ एवं $k = 1$

(B) $k = 0$

(C) $l = m$ एवं $k = 0$

(D) $k = -1$

148. शांकव $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक है

(A) (2, 3)

(B) (– 2, 3)

(C) (2, – 3)

(D) (– 2, – 3)

149. शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ के बिन्दु (r_1, θ_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण है

(A) $\frac{l}{r} = e\sin\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

(B) $\frac{l}{r} = -e\sin\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

(C) $\frac{l}{r} = e\cos\theta - \cos(\theta - \theta_1)$

(D) $\frac{l}{r} = e\cos\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

150. निर्देशी अक्षों (अक्षें आयताकार है) से गुजरने वाले एक द्विघाती शंकु का व्यापक समीकरण है

(A) $x^2 + y^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

(B) $fyz + gzx + hxy = 0$

(C) $z^2 + x^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

(D) $y^2 + z^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

144. The residue of $\frac{z^3}{z^2-1}$ at $z = \infty$ is

(A) 0

(B) 1

(C) −1

(D) ∞

145. The residue of $\tan^{n-1}\pi z$ at $z = \frac{1}{2}$ is where n is an even positive integer

(A) πi^n

(B) $-\pi i^{-n}$

(C) $\frac{i^n}{\pi}$

(D) $\frac{(-1)^{n/2}}{\pi}$

146. The value of the integral $\int_C (e^x dx + 2y dy - dz)$ where C is the curve $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$; is

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 0

147. Equation $lx^2 + 2kxy + my^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represents a circle, if

(A) $l = m$ and $k = 1$

(B) $k = 0$

(C) $l = m$ and $k = 0$

(D) $k = -1$

148. The coordinate of the centre of the conic $14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$ is

(A) (2, 3)

(B) (− 2, 3)

(C) (2, − 3)

(D) (− 2, − 3)

149. The equation of the tangent to the conic $\frac{l}{r} = 1 + e\cos\theta$ at the point (r_1, θ_1) is

(A) $\frac{l}{r} = e\sin\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

(B) $\frac{l}{r} = -e\sin\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

(C) $\frac{l}{r} = e\cos\theta - \cos(\theta - \theta_1)$

(D) $\frac{l}{r} = e\cos\theta + \cos(\theta - \theta_1)$

150. The general equation of a cone of second degree which passes through the coordinate axes (the axes being rectangular) is

(A) $x^2 + y^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

(B) $fyz + gzx + hxy = 0$

(C) $z^2 + x^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

(D) $y^2 + z^2 + fyz + gzx + hxy = 0$

रफ़ कार्य / ROUGH WORK

रफ़ कार्य / **ROUGH WORK**

रफ़ कार्य / ROUGH WORK