

**Assistant Professor Exam-2024**  
**Second Paper**  
**Syllabus-Mathematics**  
**सहायक प्राध्यापक परीक्षा-2024**  
**द्वितीय प्रश्न-पत्र**  
**पाठ्यक्रम- गणित**

**UNIT-1: Calculus and Advanced calculus:**

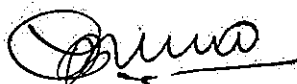
- Successive differentiation, Leibnitz's theorem, Maclaurin's and Taylor's expansions, Asymptotes, Curvature, Concavity and convexity, Point of inflexion, Multiple points, Tracing of curves.
- Integration, Definite integral, Reduction formulae, Quadrature and Rectification.
- Sequence, Limit and convergence of a sequence, Bounded and monotonic sequences, Cauchy's convergence criterion, Series of non-negative terms, Various convergence tests, Alternating series, Absolute and conditional convergence.
- Limit and continuity of functions of single variable and two variables, Change of variables, Uniform continuity, Mean value theorem, Chain rules.
- Maxima and minima of functions of two variables, Beta and Gamma functions, Double and triple integrals, Volume and surface of solids of revolution, Change of order of integration in double integrals.

**इकाई 1:—कलन एवं उच्च कलन:**

- उत्तरोत्तर अवकलन, लैबनीज प्रमेय, मेक्लारिन एवं टेलर के विस्तार, अनन्तस्पर्शी, वक्रता, उत्तलता एवं अवतलता, नति परिवर्तन बिन्दु, बहुबिन्दु, वक्रों का अनुरेखण
- समाकलन, निश्चित समाकलन, समानयन सूत्र, क्षेत्रकलन एवं चापकलन
- अनुक्रम, अनुक्रम की सीमा एवं अभिसरण परिवर्द्ध एवं एकदिष्ट अनुक्रम, कौशी का अभिसरण मापदण्ड, अत्राणात्मक पदों की श्रेणी, विभिन्न अभिसरण परीक्षण, एकान्तर श्रेणी, निरपेक्ष एवं प्रतिबंधी अभिसरण
- एक एवं दो चरों के फलनों की सीमा एवं सांत्यता, चरों का परिवर्तन, एक समान सांत्यता, मध्यमान प्रमेय, श्रृंखला नियम
- दो चरों के फलनों का उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ, बीटा एवं गामा फलन, द्विक एवं त्रिक समाकल, ठोस के परिभ्रमण से जनित आयतन एवं पृष्ठ, द्विक समाकल में समाकल के क्रम का परिवर्तन

**UNIT-2: Ordinary and Partial differential equations:**

- Linear and reducible to linear differential equations, Exact-differential equation, First order and higher degree equations solvable for x,y and p, Clairat equations, Singular solutions, Orthogonal trajectories.
- Linear equations with constant coefficients, Linear equations of second order, Method of variation of parameters.
- Series solution of differential equations, Bessel's and Legender's equations and functions, Orthogonality of functions, Laplace



transformation, Inverse Laplace transformations, Convolution theorem and their applications.

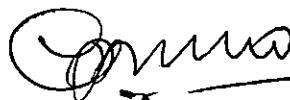
- Partial differential equations of first order, Charpit's general method.
- Partial differential equations of second and higher order, Classification, Homogeneous and non-homogeneous equations with constant coefficients, Heat equation, Wave equation, Laplace equation.

इकाई 2:—सामान्य एवं आंशिक अवकल समीकरण :

- रैखिक एवं रैखिक में समानेय अवकल समीकरण, यथातथ अवकल समीकरण,  $x$ ,  $y$  एवं  $p$  में हल योग्य प्रथम कोटि एवं उच्च घातीय अवकल समीकरण: क्लेरो समीकरण, विचित्र हल, लांबिक संच्छेदियां
- अचर गुणांको वाले रैखिक समीकरण, द्वितीय कोटि के रैखिक अवकल समीकरण, प्राचल विचरण विधि
- अवकल समीकरणों का श्रेणी हल : बेसल एवं लैजेण्डर समीकरण तथा फलन, फलनों की लांबिकता, लाप्लास रूपान्तरण, प्रतिलोम लाप्लास रूपान्तरण, संवलन प्रमेय एवं इसके अनुप्रयोग
- प्रथम कोटि की आंशिक अवकल समीकरण, चारपिट की व्यापक विधि
- द्वितीय एवं उच्च कोटि के आंशिक अवकल समीकरण, वर्गीकरण, अचर गुणांको के समघात एवं असमघात समीकरण : ऊष्मा समीकरण, तरंग समीकरण, लाप्लास समीकरण

**UNIT-3: Discrete Mathematics, logic, Algebra and Trigonometry:**

- Contribution of Indian mathematicians: Baudhayan and Madhavan, Bhashkaracharya - II and Shridharacharya, Aryabhata, Brahm gupta, Varahmihira. Srinivasa Iyengar Ramanujan, Bharti Krishna Tirtha and thematic analysis on Vedic mathematics and its importance.
- Boolean function, Partial order relation, Totally order set, Hasse diagrams- Maximal- Minimal- First and last elements. Lattice, Graph, Path and Circuits, Trees, Matrix representation of graphs, Planer graphs.
- Rank of matrix, Eigen values, Eigen vectors, Linear independence of row and column matrix, Cayley's Hamilton theorem, Adjoint and inverse of matrix, Applications of matrix to solve a system of Linear equations.
- Logic: Logical connectiveness, Truth tables, Tautology, Contradiction, Algebra of prepositions, Logic gates and circuits.
- Relation between roots and coefficients of a general polynomial equation in one variable, Decart's sign rule, Demoiver's theorem and its applications, Hyperbolic and inverse hyperbolic functions, Expansion of trigonometric functions.



इकाई 3 :-विविक्त गणित : तर्कशास्त्र, बीजगणित एवं त्रिकोणमिती :

- भारतीय गणितज्ञों का योगदान : बोधायन, माधवन, भास्कराचार्य- II एवं श्रीधराचार्य, आर्यभट्ट, ब्रह्मगुप्त, वराहमिहिर, श्रीनिवास आर्यंगर रामानुजन. भारतीकृष्ण तीर्थ तथा वैदिक गणित एवं इसके महत्त्व पर विषयगत विश्लेषण
- बूलीय फलन, अंशतः क्रम संबंध, पूर्णतः क्रमित समुच्चय, हैस आरेख, उच्चिष्ठ, निम्निष्ठ, प्रथम एवं अंतिम अवयव
- जालक, आलेख, पथ एवं परिपथ, वृक्ष, आलेख का आव्यूह निरूपण, प्लानर आलेख
- आव्यूह की जाति, आइगन मान, आइगन सदिश, पंक्ति एवं स्तंभ आव्यूह की रैखिक स्वतंत्रता, कैली - हैमिल्टन प्रमेय, आव्यूह के सहखण्डज एवं प्रतिलोम, रैखिक समीकरण निकाय के हल के लिए आव्यूह का अनुप्रयोग
- तर्क शास्त्र : तर्कीय संयोजक, सत्यता सारिणी, पुनरुक्ति, व्याघात, साध्यों का बीजगणित, तर्कद्वार एवं परिपथ
- एक चर के सामान्य बहुपदों के समीकरण के मूल एवं गुणांको के बीच संबंध, डेकार्ट चिन्ह नियम, डि मोइवर्स प्रमेय एवं इसके अनुप्रयोग, अतिपरवलयिक एवं प्रतिलोम अतिपरवलयिक फलन, त्रिकोणमितीय फलनों का विस्तार

UNIT-4: Vector analysis, Geometry and Analytic geometry:

- Product of vectors, Vector differentiation, Gradient, Divergence and Curl, Vector identities and Vector equations.
- Vector integration, Gauss's, Green's and Stock's theorems and their applications.
- General equation of second degree, Tracing of conics, Polar equation of conics.
- Equation of cone, Generators, Condition for three mutually perpendicular generators, Right circular cone, Cylinder with properties.
- Central conicoid, Paraboloid, Ellipsoid, Hyperboloid and their properties.

इकाई 4 :- सदिश विश्लेषण, ज्यामिति एवं वैश्लेषिक ज्यामिति :

- सदिशों का गुणा, सदिश अवकलन, ग्रेडियेंट, डाइवर्जेन्स एवं कर्ल, सदिश समिकार्ये एवं सदिश समीकरण
- सदिश समाकलन, गॉस, ग्रीन एवं स्टोक के प्रमेय तथा इनके अनुप्रयोग
- द्वितीय घात के व्यापक समीकरण, शांकवों का अनुरेखण, शांकवों के ध्रुवीय समीकरण
- शंकु का समीकरण, जनक, तीन परस्पर लंबवत् जनकों हेतु प्रतिबंध, लंबवृत्तीय शंकु, बेलन तथा इनके गुणधर्म
- केन्द्रीय शांकवज, परवलयज, दीर्घवृत्तज अतिपरवलयज एवं उनके गुण धर्म

UNIT-5: Abstract Algebra:

- Sets, Algebra of sets, Subset, Power set, Relation, Equivalence relation mapping, Congruence module-m relation, Permutation, Combination, Pigeon

- h le principle, Inclusion- exclusion principle, Primitive roots, Divisibility in  $z$ , Remainder theorem,
- Group, Subgroup, Normal subgroup, Order of an element, Lagarange's theorem, Cyclic group Homomorphism and isomorphism, Kernel of homomorphism, Quotient group, Permutation group, Cayley's theorem.
  - Class equation, Counting principle, Cauchy's theorems, Double coset Sylow's theorems.
  - Ring, Subring, Ideals, Quotient ring, Unique Factorization domain, Principal ideal domain, Euclidian domain, Integral domain, field, Subfield.
  - Polynomial rings, Reducibility and irreducibility of polynomials, Finite fields, Field extension.

इकाई 5 :- अमूर्त बीजगणित:

- समुच्चय, समुच्चयों का बीजगणित, उपसमुच्चय, घात समुच्चय, संबंध, समतुल्यता संबंध, प्रतिचित्रण, समशेषता माडुलो  $m$  संबंध, क्रमचय, संचय, पिजन होल सिद्धान्त, समावेशी-अवशेषी सिद्धान्त, पूर्वाग मूल,  $z$  में विभाज्यता, शेषफल प्रमेय
- समूह, उपसमूह, प्रसामान्य उप समूह, समूहों की कोटि, लैग्रान्ज प्रमेय, चक्रीय समूह, समूहों की समाकारिता एवं तुल्याकारिता, समाकारिता की अष्टि, विभाग समूह, क्रमचय समूह, कैले प्रमेय
- "वर्ग समीकरण, गणना सिद्धान्त, कॉशी प्रमेय, द्विसहसमुच्चय, साइलो प्रमेय
- वलय, उपवलय, गुणजावलियाँ, विभाग वलय, अद्वितीय गुणनखण्डीय प्रांत, मुख्य गुणजावली प्रांत, यूक्लीडीयन प्रांत, पूर्णाकीय प्रांत, क्षेत्र, उपक्षेत्र
- बहुपद वलय, बहुप्रदों की खण्डनीयता एवं अखण्डनीयता, परिमित क्षेत्र, क्षेत्र विस्तार

UNIT-6: Linear algebra:

- Vector spaces, Vector subspaces and their algebra, Linear dependence and independence, Basis and dimension.
- Linear transformations and their matrix representation, Change of basis Canonical forms, Diagonalization, Triangular forms, Jordan form.
- Algebra of matrices, Rank and nullity, Sylvester's theorem, Eigen values, Eigen vectors.
- Inner Product, Inner Product spaces, Orthonormal basis.
- Quadratic forms, Reduction and classification of quadratic forms.

इकाई 6 :- रैखिक बीजगणित :

- सदिश समष्टि, सदिश उपसमष्टि एवं उनका बीजगणित, रैखिक परतंत्रता एवं स्वतंत्रता, आधार एवं विमा
- रैखिक रूपान्तरण एवं उनका आव्यूह निरूपण, आधार परिवर्तन, कैनोनिकल रूप, विकर्णीकरण, त्रिभुजीय रूप, जॉर्डन रूप
- आव्यूहों का बीजगणित, जाति एवं शून्यता, सिलवेस्टर प्रमेय, आइगेन-मान, आइगेन-सदिश.
- आन्तर गुणन, आन्तर गुणन समष्टियाँ, लांबिक आधार
- वर्गरूप, वर्गरूपों का अपचयन एवं वर्गीकरण

## UNIT-VII : Real Analysis:

- The real numbers,  $\mathbb{R}$  as a complete ordered field, Intervals, Bounded and unbounded sets in  $\mathbb{R}$ , Archimedean property, Absolute value, Open and closed sets in  $\mathbb{R}$ , Countability of sets.
- Real sequences, Subsequences, Infinite series, Various tests for convergence of infinite series, Alternating series, Absolute and conditionally convergent series, Power series, Rearrangements of terms of a series.
- Real functions, Limit & continuity of functions, Uniform continuity, Differentiability, Mean value theorem, Higher derivatives, Intermediate forms.
- Riemann integrability, Riemann- Stieljes integrability, Uniform convergence of sequences and series of functions, Improper integrals.
- Metric spaces, Subspaces, Complete metric space, Contraction principle. Bolzano Weirstrass Property (BWP) , Sequentially compact metric space, Connected metric space.

### इकाई 7 :- वास्तविक विश्लेषण :

- वास्तविक संख्याएँ,  $\mathbb{R}$  एक पूर्ण क्रमिक क्षेत्र, अंतराल,  $\mathbb{R}$  में परिबद्ध एवं अपरिबद्ध समुच्चय, आर्कमिडियन गुणधर्म, निरपेक्ष मान,  $\mathbb{R}$  में विवृत एवं संवृत समुच्चय, समुच्चयों की गणना
- वास्तविक अनुक्रम, उपअनुक्रम, अनंत श्रेणियों, अनंत श्रेणियों के अभिसरण के विभिन्न परीक्षण, एकान्तर श्रेणियों, निरपेक्षतः एवं सापेक्षतः अभिसारी श्रेणियों, घात श्रेणियों, श्रेणी के पदों का पुनर्विन्यास
- वास्तविक फलन, फलनों की सीमा एवं सांतत्य, एकसमान, सांतत्य, अवकलनीयता, मध्यमान प्रमेय, उच्चतर अवकलन, अनिर्धारित रूप
- सीमान समाकलनीयता, सीमान- स्टेल्जेस समाकलनीयता, फलनों के अनुक्रमों एवं श्रेणियों का एकसमान अभिसरण, अनुचित समाकल
- दूरीक समष्टियाँ, उपसमष्टियाँ, पूर्ण दूरीक समष्टि, संकुचन सिद्धांत, संहतता, बोल्जानों-वरीस्ट्रास गुणधर्म, अनुक्रमणीय संहत दूरीक समष्टि, संबद्ध दूरीक समष्टि

## UNIT-VIII : Complex Analysis:

- Algebra of complex numbers, Complex plane, Polynomials, Power series.
- Analytic function, Cauchy-Riemann equations, Contour integral, Cauchy's theorem, Cauchy's Integral formula.
- Liouville's theorem, Maximum modulus principle, Schwarz's lemma, Taylor's series, Laurent Series.
- Fixed points, Cross ratio, Bilinear transformation.
- Residue Theory- Residue at a pole, Residue at infinity, Cauchy's residues theorem, Computation of residue at a finite pole.



इकाई-8: सम्मिश्र विश्लेषण :

- सम्मिश्र संख्याओं का बीजगणित, सम्मिश्र समतल, बहुपद, घात श्रेणी
- वैश्लेषिक फलन, कोशी-रिमान समीकरण, कंटूर समाकलन, काँशी का प्रमेय, काशी समाकलन सूत्र
- लियोवोली प्रमेय, उच्च मापांक सिद्धांत, श्वार्ज प्रमेयिका, टेलर श्रेणी, लारेंज श्रेणी
- स्थिर बिंदु, त्रिक अनुपात, द्विरेखीय रूपांतरण
- अवशेष सिद्धांत-ध्रुव पर अवशेष, अनन्त बिंदु पर अवशेष, काशी-अवशेष प्रमेय, परिमित ध्रुव पर अवशेषों की गणना

UNIT-IX : Statistics and Numerical Analysis:

- Central Tendency- Mean, Median, Mode, Measures of dispersion-range, Interquartile range, Mean deviation.
- Sampling- Sampling of large samples, Null and alternating hypothesis, Test of significance based on  $\chi^2$  (chi-square), t, F and Z-statistics.
- Probability- Events, Sample space, Probability of an event, Addition and multiplication theorem, Baye's theorem.
- Numerical solution of algebraic equations, Method of iteration and Newton-Raphson method, Solution of system of linear algebraic equations using Gauss elimination and Gauss - Seidal methods.
- Numerical differentiation and integration, Numerical solutions of ordinary differential equations using Picard, Euler, Modified Euler and Runge-kutta method.

इकाई-9: सांख्यिकी और संख्यात्मक विश्लेषण :

- केंद्रीय प्रवृत्ति - माध्य, मध्यिका, बहुलक, विक्षेपण की माप-परिसर, अंतः चतुर्थक परिसर, माध्य विचलन
- प्रतिचयन- वृहद प्रतिदर्शों का प्रतिचयन, शून्य एवं वैकल्पिक परिकल्पना,  $\chi^2$  (काई-वर्ग), t, F और Z सांख्यिकी पर आधारित सार्थकता परीक्षण
- प्रायिकता-घटना, प्रतिदर्श समष्टि, किसी घटना की प्रायिकता की योग एवं गुणन प्रमेय, बेज का प्रमेय
- बीजीय समीकरणों का संख्यात्मक हल, पुनरावृत्त विधि और न्यूटन - रेफसन विधि, गॉस-विलोपन और गॉस-सीडल विधि के उपयोग से रेखीय बीजीय समीकरण निकायों का हल
- संख्यात्मक अवकलन और समाकलन, पिकार्ड, आयलर, आयलर, संशोधित और रूंगे-कुट्टा विधियों द्वारा साधारण अवकल समीकरणों का संख्यात्मक हल

**UNIT-X : Functional Analysis:**

- Normed Linear Spaces, Banach Spaces, Finite dimension normed linear spaces, Normed linear subspaces, Equivalent norms, Riesz lemma and compactness, Quotient spaces.
- Linear operators, Bounded Linear operators, Continuous and Non-linear operators, Linear and bounded linear functional, Dual space.
- Hilbert space, Orthogonal complements sets and sequences Orthonormal sets, Bessel's inequality, Complete orthonormal sets, Hilbert adjoint operators, Self adjoint operators, Adjoint operators.
- Unitary and normal operators, Positive operators, Hahn-Banach theorem, Adjoint operators on normed spaces, Reflexive spaces.
- Category theorem, Bair's Category theorem, Uniform boundedness theorem, Open mapping theorem, Closed graph theorem, Strong and weak convergence in normed spaces.

**इकाई-10: फलनक विश्लेषण :**

- मानक रैखिक समष्टि, बनावक समष्टि, परिमित विमीय मानक रैखिक समष्टि, मानक रैखिक उपसमष्टि, समतुल्य मानक, रीज प्रमेयिका एवं संहतता, विभाग समष्टियाँ
- रैखिक संकारक, परिवद्ध रैखिक संकारक, सतत तथा अरैखिक संकारक, रैखिक एवं परिवद्ध फलनक, द्वैत समष्टि
- हिल्बर्ट समष्टि, लाम्बिक पूरक समुच्चय एवं अनुक्रम, प्रसामान्य लाम्बिक समुच्चय, बेसल की असमिका, पूर्ण प्रसामान्य लाम्बिक समुच्चय, हिल्बर्ट सहखण्डज (एडज्वाइंट) संकारक, स्वसहखण्डज (सेल्फ एडज्वाइंट) संकारक, सहखण्डज संकारक
- एकैकी एवं प्रसामान्य संकारक, धनात्मक संकारक, हॉन- बनावक प्रमेय, मानक समष्टियों पर सहखण्डज संकारक, स्वतुल्य समष्टियाँ
- कटेगरी प्रमेय, बेयर कटेगरी प्रमेय, एकसमान परिवद्धता प्रमेय, विवृत प्रतिचित्रण प्रमेय, संवृत आलेख प्रमेय, मानक समष्टियों में प्रबल एवं दुर्बल अभिसरण

---XXX---

