DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

TBC : 09/18/SET **Booklet Sr. No.** 091478

Roll No. | | | | | | | | |

MATHEMATICAL SCIENCES

PAPER II

Time Allowed : 2 Hours] [Maximum Marks : 200

Instruction for the Candidates

1. Write your roll number in the space provided on the top of this page. Do not write anything else on the Test Booklet except in the space provided for rough work.
2. This question paper is divided into 2 parts. Part—I consists of **40** questions which are common to all. Part—II is further divided into two groups i.e. A and B consisting **60** questions from Q. No. **41** to **100** and one group is to be attempted by the candidate. The group selected/attempted by the candidate is required to be encoded in the OMR answer sheet in column titled as "BOOKLET SERIES". In all **100** questions are to be attempted. ***All*** questions carry equal marks.
3. At the commencement of the examination, the question booklet will be given to you. In the first 5 minutes, you are requested to open the booklet and compulsorily examine it as below :
   (*i*) **To have access to the Question Booklet, tear off the paper seal on the edge of this cover page. Do not accept a booklet without sticker-seal and do not accept an open booklet.**
   (*ii*) **Tally the number of pages and number of questions in the booklet with the information printed on the cover page. Faulty booklets due to pages/questions missing or duplicate or not in serial order or any other discrepancy should be got replaced immediately by a correct booklet from the invigilator within the period of 5 minutes. Afterwards, neither the Question Booklet will be replaced nor any extra time will be given.**
4. Each item has four alternatives response marked (A), (B), (C) and (D). You have to darken the circle as indicated below on the correct response against each item completely with **Blue/Black ball point pen** as shown below. H.B. Pencil should not be used in blackening the circle to indicate responses on the answer sheet.

   Example : (A) ● (C) (D) Where (B) is correct response.
5. Your responses to the each item are to be indicated in the **OMR** Sheet provided to you only. If you mark your response at any place other than in the circle in the OMR Sheet, it will not be evaluated.
6. Read instructions given inside carefully.
7. Rough work is to be done in the end of this booklet.
8. **If you write your Name, Roll Number, Phone Number or put any mark on any part of the OMR Sheet, except for the space allotted for the relevant entries, which may disclosed your identity, or use abusive language or employ any other unfair means, such as change of response by scratching or using white fluid, you will render yourself liable to disqualification.**
9. You have to return the original OMR Sheet to the invigilators at the end of the examination compulsorily and must not carry it with you outside the Examination Hall. You are however, allowed to carry original question booklet and duplicate copy of OMR Sheet on conclusion of examination.
10. **Use of any calculator or log table etc., is prohibited.**
11. **There are no negative marks for incorrect answers.**
12. In case of any discrepancy found in the English and Hindi Versions, the English Version will be treated as final.
13. **CARRYING AND USE OF ELECTRONICS/COMMUNICATION DEVICES IN EXAMINATION HALL ARE NOT ALLOWED.**

DO NOT OPEN THIS TEST BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

MATHEMATICAL SCIENCES

Paper II

[Mathematics and Statistics]

Time Allowed : 2 Hours] [Maximum Marks : 200

Note :— Candidates are required to answer all the **40** questions in Part–I which is compulsory. They should select any one of the groups A *or* B from Part–II and answer all the **60** questions in that group. Each question carries **2** marks. The group selected/attempted from Part–II is required to be encoded in the OMR answer sheet in column titled as "BOOKLET SERIES".

PART—I

1. The set T of all transcendental numbers is :
   (A) A finite set
   (B) Countable but not finite
   (C) Uncountable
   (D) Complement of T in the set of real numbers is equal to set of all irrational numbers

2. The set of all sequences whose elements are digits 0 and 1 is :
   (A) A countable set but not finite
   (B) Equivalent to a finite set
   (C) Equivalent to set of all algebraic numbers
   (D) Uncountable

3. Let $A = \{ x \mid x = \frac{4n+3}{n}, n \in \underset{\sim}{N} \}$, then
   (A) Supremum of A = 6 (B) Infimum of A = 4
   (C) Infimum of A = $4\frac{1}{2}$ (D) Supremum of A = 5

4. For $0 < x_1 < 1$ and $x_{n+1} = 1 - \sqrt{1-x_n}$, $\lim_{x\to\infty} \frac{x_{n+1}}{x_n}$ is equal to :
   (A) 1 (B) $\frac{1}{3}$
   (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

गणितीय विज्ञान

प्रश्न-पत्र II

(गणित एवं सांख्यिकी)

समय : 2 घण्टे] [पूर्णांक : 200

नोट : भाग I (अनिवार्य) से सभी **40** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। भाग II से समूह A अथवा B के सभी **60** प्रश्नों के उत्तर देने हैं। भाग II से चुने गये समूह को ओ.एम.आर. उत्तर पुस्तिका "BOOKLET SERIES" नामक कॉलम में कोडित करना अनिवार्य है।

भाग-I

1. सभी ट्रान्सेडेन्टल संख्याओं का समुच्चय :

   (A) एक परिमित समुच्चय है।

   (B) एक संख्येय समुच्चय है लेकिन परिमित नहीं

   (C) एक असंख्य समुच्चय है।

   (D) वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में T का पूरक सभी अपरिमेय संख्याओं के समुच्चय के समान है।

2. सभी अनुक्रमों जिनके अवयव 0 तथा 1 अंक है, का समुच्चय :

   (A) एक संख्यीय समुच्चय है लेकिन परिमित नहीं है।

   (B) एक परिमित समुच्चय के अनुरूप है।

   (C) सभी बीजगणितीय संख्याओं के समुच्चय के अनुरूप है।

   (D) असंख्यीय है।

3. माना कि $A = \{ x \mid x = \dfrac{4n+3}{n}, n \in \underset{\sim}{N}\}$, तब

   (A) A का उच्चतम = 6 (B) A का निम्नतम = 4

   (C) A का निम्नतम = $4\frac{1}{2}$ (D) A का उच्चतम = 5

4. $0 < x_1 < 1$ तथा $x_{n+1} = 1 - \sqrt{1-x_n}$ के लिए, $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x_{n+1}}{x_n}$ का मान है :

   (A) 1 (B) $\frac{1}{3}$

   (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

5. If $s_1 > s_2 > 0$ and if $s_{n+1} = \frac{1}{2}(s_n + s_{n-1})$, $n \geq, 2$; then :

(A) $s_1, s_3, s_5 \ldots\ldots\ldots$ is monotonically increasing

(B) $s_2, s_4, s_6 \ldots\ldots\ldots$ is monotonically decreasing

(C) (s_n) is a divergent sequence

(D) If $s_1 = 5$ and $s_2 = 3$, then $\{s_n\}$ converges to $\frac{11}{3}$

6. Let $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$, then $\lim_{x \to 0} f(x)$:

(A) is equal to $\frac{1}{2}$

(B) is equal to 1

(C) does not exist

(D) is equal to $\sqrt{2}$

7. The equation $e^x = 1 - x$ has :

(A) Two solutions

(B) Three solutions

(C) Infinitely many solutions

(D) Exactly one solution

8. The series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ converges to :

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{\pi}{2}$

(C) $\frac{\pi}{3}$

(D) π

9. Which of the following series does *not* converge uniformly :

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, on $\mathbf{R}$

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 nx}{n^2}$, on $\mathbf{R}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 nx}{n^4}$, on $\mathbf{R}$

(D) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n!}\right)^2$, on $[-2,2]$

5. यदि $s_1 > s_2 > 0$ तथा यदि $s_{n+1} = \frac{1}{2}(s_n + s_{n-1})$, $n \geq 2$, तब

(A) s_1, s_3, s_5............एकदिष्ट वर्धमान है।

(B) s_2, s_4, s_6............एकदिष्ट ह्रासमान है।

(C) (s_n) एक अपसरित अनुक्रम है।

(D) यदि $s_1 = 5$ तथा $s_2 = 3$, तब $\{s_n\}$, $\frac{11}{3}$ पर अभिसरित होता है।

6. माना $f(x) = \frac{\sin x}{\sqrt{1-\cos x}}$ तब $\lim_{x \to 0} f(x)$:

(A) $\frac{1}{2}$ के समान है।

(B) 1 के समान है।

(C) अस्तित्व में नहीं है।

(D) $\sqrt{2}$ के समान है।

7. समीकरण $e^x = 1 - x$ के :

(A) दो हल हैं।

(B) तीन हल हैं।

(C) असंख्य हल हैं।

(D) यथातथ्य एक हल है।

8. श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ अभिसरित होती है :

(A) $\frac{\pi}{4}$ पर

(B) $\frac{\pi}{2}$ पर

(C) $\frac{\pi}{3}$ पर

(D) π पर

9. निम्न में से कौनसी श्रेणी एकसमान अभिसरित **नहीं** होती है?

(A) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}, \mathbf{R}$ पर

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 nx}{n^2}, \mathbf{R}$ पर

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 nx}{n^4}, \mathbf{R}$ पर

(D) $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x^n}{n!}\right)^2, [-2, 2]$ पर

10. Let $f(x) = \tan^{-1} x$ defined on, $(-\infty, \infty)$. Then :

(A) f is uniformly continuous but the derivative is not uniformly continuous.

(B) f is differentiable but f' is not uniformly continuous

(C) f is uniformly continuous and f' is also uniformly continuous

(D) f is continuous but f' is not uniformly continuous

11. Let $f_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx}}$, for $x \in [0, 2]$ and $g_n(x) = \dfrac{1}{1+x^n}$ for $x \in [0,1]$. Then :

(A) The covergence of f_n is uniform on $[0, 2]$.

(B) $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = 0$ for $x \in [0,2]$ and $g_n(x)$ converges to a continuous function on $[0, 1]$.

(C) $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) \neq 0$ for $x \in [0,2]$ and $g_n(x)$ converges to a function which is not continuous at $x = 1$.

(D) $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = 0$ for $x \in [0,2]$ and $g_n(x)$ converges to a function which is not continuous at $x = 1$.

12. Which of the following statements is true ?

(A) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left|\tan^{-1}\frac{1}{k} - \tan^{-1}\frac{1}{k+1}\right| = \frac{\pi}{8}$

(B) if $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, then $\sum \dfrac{a_n}{a_n^2 + n^2}$ converges

(C) If $0 \leq a_n \leq b_n$ and Σb_n diverges then Σa_n diverges.

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} \geq 2$

13. Let $F(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{t^{3/2}}\,dt$, $0 < x < \infty$. The local maximum of F is at the point :

(A) $x = \pi$ (B) $x = 2\pi$

(C) $x = \dfrac{\pi}{2}$ (D) $x = 4\pi$

10. माना कि फलन $f(x) = \tan^{-1} x$, $(-\infty, \infty)$ पर परिभाषित है। तब :

(A) f एकसमान संतत है लेकिन इसका अवकलन एकसमान संतत नहीं है।

(B) f अवकलनीय है लेकिन f' एकसमान संतत नहीं है।

(C) f एकसमान संतत है तथा f' भी एकसमान संतत है।

(D) f संतत है लेकिन f' एकसमान संतत नहीं है।

11. माना $f_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx}}$, $x \in [0, 2]$ के लिए तथा $g_n(x) = \dfrac{1}{1+x^n}$, $x \in [0,1]$ के लिए। तब :

(A) $[0, 2]$ पर, f_n का अभिसरण एकसमान है।

(B) $x \in [0,2]$ के लिए, $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = 0$ तथा $[0, 1]$ पर, $g_n(x)$ एक संतत फलन पर अभिसरित होता है।

(C) $x \in [0,2]$ के लिए, $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) \neq 0$ तथा $g_n(x)$ एक फलन जो कि $x = 1$ पर संतत नहीं है, पर अभिसरित होता है।

(D) $x \in [0,2]$ के लिए, $\lim\limits_{n\to\infty} f_n(x) = 0$ तथा $g_n(x)$, एक फलन जो कि $x = 1$ पर संतत नहीं है, पर अभिसरित होता है।

12. निम्न में से कौनसा कथन **सत्य** है?

(A) $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} \left|\tan^{-1}\frac{1}{k} - \tan^{-1}\frac{1}{k+1}\right| = \frac{\pi}{8}$

(B) यदि $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0$, तब $\displaystyle\sum \frac{a_n}{a_n^2 + n^2}$ अभिसरित होता है।

(C) यदि $0 \leq a_n \leq b_n$ तथा Σb_n अपसरित होता है तब Σa_n अपसरित होता है।

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} \geq 2$

13. माना $\mathrm{F}(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{t^{3/2}}\, dt$, $0 < x < \infty$. किस बिन्दु पर, F का स्थानीय उच्चिष्ठ है ?

(A) $x = \pi$

(B) $x = 2\pi$

(C) $x = \dfrac{\pi}{2}$

(D) $x = 4\pi$

14. Let $f(x)=\begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0 & , x=0 \end{cases}$. Then :

(A) f' is continuous at $x = 0$

(B) For any $\delta > 0$, f is not monotonic on $[0, \delta)$

(C) f has a local extremum at $x = 0$

(D) For any $\delta > 0$, f is convex on $[0, \delta)$

15. Which of the following is *not* true ?

(A) There is a one-one function taking $(-1, 1)$ onto **R**.

(B) The set of rational number is equivalant to the set of natural numbers.

(C) Given a set A, there exists a function $A \rightarrow P(A)$ (Power set of A) that is onto

(D) The set of all algebraic numbers is countable.

16. Which of the following functions is uniformly continuous ?

(A) $f(x) = \log x$ on $(0, 1)$

(B) $f(x) = \sqrt{x}$ on $[0, \infty)$

(C) $f(x) = x \sin x$ on $[0, \infty)$

(D) $f(x) = e^x$ on $[0, \infty]$

17. Let $f : x \rightarrow y$ be a given function and $\{Ai\}_{i \in I}$, be a family of subsets of X. Which one of the following is *not* true ?

(A) $f\left(\bigcup_{i} A_i\right) = \bigcup_{i \in I} f(A_i)$

(B) $f^{-1}\left(\bigcup_{i \in I} B_i\right) = \bigcup_{i \in I} f^{-1}(B_i), B_i \subset Y$

(C) $f^{-1}\left(\bigcap_{i \in I} B_i\right) = \bigcap_{i \in I} f^{-1}(B_i)$

(D) $f\left(\bigcap_{i \in I} A_i\right) = \bigcap_{i \in I} f(A_i)$

18. For each $n \in \mathbf{N}$ define $f_n : [-1, 1] \rightarrow \mathbf{R}$ by $f_n(x) = x^n$, then :

(A) $\lim \sup f_n(x) = 1$ for all $x \in [-1,1]$

(B) $\lim \inf f_n(x) = -1$ for all $x \in [-1,1]$

(C) $\lim \sup f_n(x) = 0$ for all $x \in [-1,1]$

(D) $\lim \inf f_n(1) \neq \lim \inf f_n(-1)$

14. माना $f(x)=\begin{cases} x^2 \sin 1/x; & x \neq 0 \\ 0; & x=0 \end{cases}$, तब :

(A) f', $x = 0$ पर सतत् है।

(B) कोई $\delta > 0$ के लिए, $[0,\delta)$ पर, f एकदिष्ट नहीं है।

(C) $x = 0$ पर, f एक स्थानीय चरम रखता है।

(D) कोई $\delta > 0$ के लिए, $[0,\delta)$ पर, f अवमुख है।

15. निम्न में से कौनसा **सही नहीं** है ?

(A) एक एकैकी फलन है जो $(-1, 1)$ को $\mathbf{R}$ पर समानोपारी प्रतिचित्र करता है।

(B) परिमेय संख्याओं का समुच्चय, सभी प्राकृतिक संख्याओं के समुच्चय के अनुरूप है।

(C) एक समुच्चय A दिया है, एक फलन $A \to P(A)$ (A का घात समुच्चय) जो कि समानोपारी है, अस्तित्व में है।

(D) सभी बीजगणितीय संख्याओं का समुच्चय गणनीय (संख्यीय) है।

16. निम्न में से कौनसा फलन एकसमान संतत है ?

(A) $(0, 1)$ पर, $f(x) = \log x$

(B) $[0, \infty)$ पर $f(x) = \sqrt{x}$

(C) $[0, \infty)$ पर, $f(x) = x \sin x$

(D) $[0, \infty)$ पर $f(x) = e^x$

17. माना फलन $f : x \to y$ दिया हुआ है तथा $\{Ai\}_{i \in I}$, x के उपसमुच्चयों का वर्ग है। निम्न में से कौनसा सत्य **नहीं** है?

(A) $f\left(\bigcup_i A_i\right) = \bigcup_{i\in I} f(A_i)$

(B) $f^{-1}\left(\bigcup_{i\in I} B_i\right) = \bigcup_{i\in I} f^{-1}(B_i), B_i\,CY$

(C) $f^{-1}\left(\bigcap_{i\in I} B_i\right) = \bigcap_{i\in I} f^{-1}(B_i)$

(D) $f\left(\bigcap_{i\in I} A_i\right) = \bigcap_{i\in I} f(A_i)$

18. प्रत्येक $n \in \mathbf{N}$ के लिए, $f_n : [-1, 1] \to \mathbf{R}$ निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$f_n(x) = x^n$. तब :

(A) $\lim\sup f_n(x) = 1$ सभी $x \in [-1,1]$ के लिए

(B) $\lim\inf f_n(x) = -1$ सभी $x \in [-1,1]$ के लिए

(C) $\lim\sup f_n(x) = 0$ सभी $x \in [-1,1]$ के लिए

(D) $\lim\inf f_n(1) \neq \lim\inf f_n(-1)$.

19. Let $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ be defined as

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{if } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{if } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Then :

(A) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = 1 = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0)$

(B) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = -1 = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0)$

(C) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = -1, \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0) = 1$

(D) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = 1, \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0) = -1$

20. The value of the integral $\int_0^1 \dfrac{x^{1/3}}{1-x} \log\dfrac{1}{x}\, dx$ is :

(A) $9\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(B) $9\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(D) $\sum_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{(3n+1)^2}$

21. Let $B_1(0) = \left\{x = (x_1, \ldots\ldots\ldots x_n) \in \mathbf{R}^n : ||x||^2 \equiv \sum_{j=1}^{n} x_j^2 < 1\right\}$, $f : B_1(0) \to \mathbf{R}^n$ be defined by $f(x) = ||x||^2 x$. Then :

(A) f is not one-to-one

(B) f is one-to-one but not differentiate on $B_1(0)$

(C) f is one-to-one and $f(B_1(0)) \neq B_1(0)$

(D) f is one-to-one, $f(B_1(0)) = B_1(0)$, but f^{-1} is not differentiable at $(0, \ldots\ldots\ldots, 0)$.

19. माना $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$$f(x,y) = \begin{cases} xy\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{यदि } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, यदि } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

तब :

(A) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = 1 = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0)$

(B) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = -1 = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0)$

(C) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = -1, \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0) = 1$

(D) $\dfrac{\partial}{\partial y}\left(\dfrac{\partial f}{\partial x}\right)(0,0) = 1, \dfrac{\partial}{\partial x}\left(\dfrac{\partial f}{\partial y}\right)(0,0) = -1$

20. समाकल $\int_0^1 \dfrac{x^{1/3}}{1-x}\log\dfrac{1}{x}dx$ का मान है :

(A) $9\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(B) $9\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{(3n+1)^2}$

(D) $\sum_{n=0}^{\infty}\dfrac{1}{(3n+1)^2}$

21. माना $B_1(0) = \left\{x = (x_1, \ldots\ldots\ldots x_n) \in \mathbf{R}^n : ||x||^2 \equiv \sum_{j=1}^{n} x_j^2 < 1\right\}, f : B_1(0) \to \mathbf{R}^n$ निम्न प्रकार से परिभाषित है : $f(x) = ||x||^2 x$. तब :

(A) f एकैकी नहीं है।

(B) f एकैकी है लेकिन $B_1(0)$ पर अवकलनीय नहीं है।

(C) f एकैकी है तथा $f(B_1(0)) \neq B_1(0)$

(D) f एकैकी है, $f(B_1(0)) = B_1(0)$, लेकिन f^{-1} $(0, \ldots\ldots.., 0)$ पर अवकलनीय नहीं है।

22. Let $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty)$ be a continuous function. Let

$$\alpha = \sup \left\{ \int_c^d f(x)dx : [e,d] \subset [-\infty, 0] \right\}, \text{ then :}$$

(A) The improper integral $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ exists, its value lies in $[0, \infty)$ and equals α

(B) The improper integral $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ exists, its value lies in $[0, \infty)$ and equals α

(C) The improper integral $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ exists, its value lies in $[0, \infty]$ and equals $\inf \left\{ \int_c^d f(x)dx : [c,d] \subset (-\infty, 0] \right\}$.

(D) The improper integral $\int_{-\infty}^{0} f(x)dx$ may not exist.

23. Let (X, d) be a metric space $x_0 \in X$ and B $(x_0 ; r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) < r\}$. Then :

(A) The closure of B $(x_0 ; r)$ is the closed ball $\overline{B}$ $(x_0 ; r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) \leq r\}$

(B) B $(x_0 ; r)$ is an open and connected subset of X

(C) $\overline{B}$ $(x_0 ; r)$ is a closed and bounded subset of X, but need not be compact.

(D) If A and B are connected subsets of X, and A $\cap$ B is nonempty, then A $\cap$ B is also connected.

24. Consider the following statements :

(I) There exists a continuous function on [0, 1] which is not of bounded variation.

(II) There exists a function of bounded variation on [0, 1] which is not continuous.

(III) There exists a function of bounded variation on [0, 1] which is not bounded

Then :

(A) (I) and (II) are true, but (III) is false

(B) (I) and (III) are true, but (II) is false

(C) (II) and (III) are true, but (I) is false

(D) All the statements (I), (II) and (III) are true

22. माना $f : (-\infty, 0] \to [0, \infty)$ एक संतत फलन है। माना

$$\alpha = \sup \left\{ \int_c^d f(x)\,dx : [\acute{e}, d] \subset [-\infty, 0] \right\} \text{ तब :}$$

(A) असंगत समाकल $\int_{-\infty}^0 f(x)\,dx$ अस्तित्व में है तथा इसका मान $[0, \infty)$ में है जो कि α के समान है।

(B) असंगत समाकल $\int_{-\infty}^0 f(x)\,dx$ अस्तित्व में है तथा इसका मान $[0, \infty)$ में है जोकि α के समान है।

(C) असंगत समाकल $\int_{-\infty}^0 f(x)\,dx$ अस्तित्व में है तथा इसका मान $[0, \infty]$ में है जो कि

$$\inf \left\{ \int_c^d f(x)\,dx : [c, d] \subset (-\infty, 0] \right\} \text{ के बराबर है।}$$

(D) असंगत समाकल $\int_{-\infty}^0 f(x)\,dx$ अस्तित्व में नहीं हो सकता है।

23. माना (X, d) एक दूरीक समष्टि है, $x_0 \in X$ तथा B $(x_0\,;\, r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) < r\}$ तब :

(A) B $(x_0\,;\, r)$ का संवरण परिबद्ध गोला $\overline{B}$ $(x_0\,;\, r) = \{x \in X \mid d(x, x_0) \le r\}$ है।

(B) B $(x_0\,;\, r)$ X का एक खुला तथा संबद्ध उपसमुच्चय है।

(C) $\overline{B}$ $(x_0\,;\, r)$, X का एक परिबद्ध तथा सीमाबद्ध उपसमुच्चय है लेकिन संहत जरूरी नहीं है।

(D) यदि A तथा B, X के संबद्ध उपसमुच्चय हैं तथा $A \cap B$ अरिक्त है तब $A \cap B$ भी संबद्ध है।

24. निम्न कथनों पर विचार कीजिए :

(I) [0, 1] पर एक संतत फलन अस्तित्व में है जो कि परिबद्ध रूपान्तर नहीं है।

(II) [0, 1] पर एक परिबद्ध रूपान्तर का फलन अस्तित्व में है जो कि संतत नहीं है।

(III) [0, 1] पर एक परिबद्ध रूपान्तर का फलन अस्तित्व में है जोकि परिबद्ध नहीं है।

तब

(A) (I) तथा (II) सत्य हैं लेकिन (III) असत्य है।

(B) (I) तथा (III) सत्य हैं लेकिन (II) असत्य है।

(C) (II) तथा (III) सत्य हैं लेकिन (I) असत्य है।

(D) सभी कथन (I), (II) तथा (III) सत्य हैं।

25. Consider the following statements :

(I) If X is a compact metric space and $f : X \to (0, \infty)$ is a continuous function, then there exists $\in > 0$ such that $f(x) \geq \in \ \forall x \in X$.

(II) If $f : (0, 1) \to \mathbf{R}$ is continuous, monotone and bounded, then f is uniformly continuous on (0, 1).

(III) Let X be a metric space such that given any two points $x, y \in X$, there exists a connected subset A of X such that $x, y \in A$, then X is connected.

Then :

(A) (I) and (III) are true but (II) is false

(B) (I) and (II) are true but (III) is false

(C) (II) and (III) are true but (I) is false

(D) All the three statements are true.

26. Let C[0, 1] be the metric space of all real valued continuous functions on [0, 1] with the metric $d(f, g) = \max_{t \in [0,1]} |f(t) - g(t)|$. Consider the following statements :

(I) There exists an uncountable subset of C[0, 1] which is both compact and connected.

(II) There exists an uncountable subset of C[0, 1] which is compact but not connected.

(III) There exists an uncountable subset of C[0, 1] which is connected but not compact.

(IV) There exists an uncountable subset of C[0, 1] which is neither compact, nor connected.

Then :

(A) (I), (II) and (III) are true but (IV) is false

(B) (I), (II) and (IV) are true but (III) is false

(C) All four statements are true

(D) (I), (III) and (IV) are true but (II) is false

27. The set A = $\{(\sin x, \cos x) : x \in [0, 3\pi)\}$ as a subset of $\mathbf{R}^2$ is :

(A) both compact and connected

(B) connected but not compact

(C) compact but not connected

(D) neither compact nor connected

25. निम्न कथनों पर विचार कीजिए :

(I) यदि X एक संहत दूरीक समष्टि है तथा $f : X \to (0, \infty)$ एक संतत फलन है, तब $\in > 0$ इस प्रकार अस्तित्व में है कि $f(x) \geq \in \; \forall \, x \in X$.

(II) यदि $f : (0, 1) \to \mathbf{R}$ एक संतत, एकदिष्ट तथा परिबद्ध फलन है तब f, $(0, 1)$ पर एकसमान संतत है।

(III) माना X एक दूरीक समष्टि इस प्रकार है कि दो दिये हुए बिन्दु $x, y \in X$ पर X का एक संबद्ध उपसमुच्चय A अस्तित्व में है इस प्रकार कि $x, y \in A$. तब X एक संबद्ध है।

तब :

(A) (I) तथा (III) सत्य हैं लेकिन (II) असत्य है।

(B) (I) तथा (II) सत्य हैं लेकिन (III) असत्य है।

(C) (II) तथा (III) सत्य हैं लेकिन (I) असत्य है।

(D) सभी तीनों कथन सत्य हैं।

26. माना दूरीक $d(f, g) = \max\limits_{t \in [0,1]} |f(t) - g(t)|$ के साथ, C[0, 1] अन्तराल [0, 1] पर सभी वास्तविक संतत फलनों का एक दूरीक समष्टि है। निम्न कथनों पर विचार कीजिए :

(I) C[0, 1] का एक अगणनीय उपसमुच्चय अस्तित्व में है जो कि संहत तथा संबद्ध दोनों है।

(II) C[0, 1] का एक अगणनीय उपसमुच्चय अस्तित्व में है जो कि संहत है लेकिन संबद्ध नहीं है

(III) C[0, 1] का एक अगणनीय उपसमुच्चय अस्तित्व में है जो कि संबद्ध है लेकिन संहत नहीं है

(IV) C[0, 1] का एक अगणनीय उपसमुच्चय अस्तित्व में है जो न तो संहत है और ना ही संबद्ध है

तब :

(A) (I), (II) तथा (III) सत्य हैं लेकिन (IV) असत्य है

(B) (I), (II) तथा (IV) सत्य हैं लेकिन (III) असत्य है

(C) सभी चारों कथन सत्य हैं

(D) (I), (III) तथा (IV) सत्य हैं लेकिन (II) असत्य है

27. समुच्चय $A = \{(\sin x, \cos x) : x \in [0, 3\pi)\}$ जो कि $\mathbf{R}^2$ का उप्रसमुच्चय है :

(A) संहत तथा संबद्ध दोनों है

(B) संबद्ध लेकिन संहत नहीं है

(C) संहत लेकिन संबद्ध नहीं है

(D) ना तो संहत है और ना ही संबद्ध है

28. Let :

$$d_1(x, y) = (x - y)^2, x, y \in \mathbf{R}$$

$$d_2(A, B) = \max_{1 \le i,j \le 2} |a_{ij} - b_{ij}|, \text{ for } 2 \times 2$$

Matrices $A = (a_{ij})$, $B = (b_{ij})$ with real entries, and $d_3(f, g) = \min_{x \in [0,1]} |f(x) - g(x)|$, for $f, g \in C[0, 1]$, the space of all continuous real-valued functions on $[0, 1]$. Then :

(A) d_2 and d_3 are metrics, but d_1 is not a metric

(B) d_1 and d_3 are metrics, but d_2 is not a metric

(C) d_1 and d_2 are metrics, but d_3 is not a metric

(D) d_2 is a metric, but neither d_1 nor d_3 is a metric

29. In l^∞, let Y be the subset of all sequences with only finitely many non-zero terms. Then Y is :

(A) a closed subspace of l^∞

(B) a subset of l^∞ but not a subspace

(C) a complete subspace of l^∞, but not a closed subspace

(D) a subspace of l^∞, but not a closed subspace

30. Let X be a finite dimensional vector space over $\mathbf{R}$, $\|\cdot\|_1$ and $\|\cdot\|_2$ be two norms on X. Let $f : (X, \|\cdot\|_1) \to (X, \|\cdot\|_1)$ be an open map which is continuous. Then the same function considered as a map from $(X, \|\cdot\|_2)$ to $(X, \|\cdot\|_2)$:

(A) is continuous but need not be an open map

(B) is an open map and is also continuous

(C) is an open map, but need not be continuous

(D) need not be either continuous or open

28. माना

$$d_1(x, y) = (x - y)^2, x, y \in \mathbf{R}$$

$$d_2(\mathrm{A}, \mathrm{B}) = \max_{1 \le i, j \le 2} | a_{ij} - b_{ij} |,$$

वास्तविक प्रविष्टि वाले 2×2 आव्यूहों $\mathrm{A} = (a_{ij})$, $\mathrm{B} = (b_{ij})$ के लिए, तथा

$d_3(f, g) = \min_{x \in [0,1]} |f(x) - g(x)|$, $f, g \in \mathrm{C}\ [0, 1]$ के लिए, जो कि $[0, 1]$ पर सभी संतत वास्तविक फलनों का समष्टि है। तब :

(A) d_2 तथा d_3 दूरीक हैं लेकिन d_1 एक दूरीक नहीं है

(B) d_1 तथा d_3 दूरीक हैं लेकिन d_2 एक दूरीक नहीं हैं

(C) d_1 तथा d_2 दूरीक हैं लेकिन d_3 एक दूरीक नहीं है

(D) d_2 एक दूरीक है लेकिन ना तो d_1 और ना ही d_3 एक दूरीक है

29. l^∞ में, माना Y सभी अनुक्रमों का उपसमुच्चय, जो कि केवल बहुत से परिमित शून्यतर पदों के साथ है, है। तब Y :

(A) l^∞ का एक बन्द उपसमुच्चय है

(B) l^∞ का एक उपसमुच्चय है लेकिन उपसमष्टि नहीं है

(C) l^∞ का एक पूर्ण उपसमष्टि है लेकिन एक बन्द उपसमष्टि नहीं है

(D) l^∞ का एक उपसमष्टि है लेकिन एक बन्द उपसमष्टि नहीं है

30. माना X, $\mathbf{R}$ पर एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है, $\| . \|_1$ और $\| . \|_2$, X पर दो मापक हैं। माना $f : (\mathrm{X}, \| . \|_1) \to (\mathrm{X}, \| . \|_1)$ एक खुला प्रतिचित्रण है जो संतत है। तब इसी फलन को एक प्रतिचित्रण $(\mathrm{X}, \| . \|_2)$ से $(\mathrm{X}, \| . \|_2)$ में, के तरह मानते हुए :

(A) संतत है लेकिन खुला प्रतिचित्रण आवश्यक नहीं है

(B) एक खुला प्रतिचित्रण है संतत भी है

(C) एक खुला प्रतिचित्रण है, लेकिन संतत होना आवश्यक नहीं है

(D) या तो संतत और या खुला होना आवश्यक नहीं है

31. Let $A = (a_{ij})$ be an $n \times n$ real matrix and $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ be the map :

$$f(x) = Ax.x = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j,\ x = (x_1, ..., x_n)$$

then :

(A) f is differentiable in $\mathbf{R}^n$ and $f'(x)(h) = 2Ax.h, h \in \mathbf{R}^n$

(B) f fails to be differentiable only at one point in $\mathbf{R}^n$

(C) f is differentiable in $\mathbf{R}^n$ and $f'(x)(h) = Ax \,.\, h + A^t x \,.\, h,\ h \in \mathbf{R}^n$ (A^t being the transpose of A)

(D) f fails to be differentiable at infinitely many points in $\mathbf{R}^n$

32. Let V be the real vector space of all functions f from $\mathbf{R}$ into $\mathbf{R}$. Which of the following is *not* a subspace of V ?

(A) all f such that $f(x^2) = (f(x))^2$

(B) all f such that $f(0) = f(1)$

(C) all f such that $f(-1) = 0$

(D) all f such that f is continuous

33. Which of the following statements is *not true* ?

(A) The set of symmetric matrices forms a subspace of the space of all $n \times n$ matrices over $\mathbf{R}$

(B) the set of $n \times n$ Hermitian matrices over $\mathbf{C}$ is a subspace of $M_n(\mathbf{C})$

(C) The space of polynomials over $\mathbf{R}$ is a subspace of the space of all functions from $\mathbf{R}$ into $\mathbf{R}$

(D) Let $A \in M_n(\mathbf{R})$. The set of all $n \times 1$ matrices X such $AX = 0$ is a subspace of the space of all $n \times 1$ matrices over $\mathbf{R}$

34. The dimension of the vector space of all 6×6 real skew symmetric matrices is :

(A) 10 (B) 15

(C) 20 (D) 25

35. Which of the following is *not* a subspace of $\mathbf{R}^3$?

$V_1 = \{(x, y, 0) : x, y \in \mathbf{R}\}$

$V_2 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R}, x + y + z = 1\}$

$V_3 = \{(x, x, x) : x \in \mathbf{R}\}$

$V_4 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R}, x + y + z = 0\}$

(A) V_1 (B) V_2

(C) V_3 (D) V_4

31. माना $A = (a_{ij})$ एक $n \times n$ वास्तविक आव्यूह है तथा $f : \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}$ निम्न प्रतिचित्रण है :

$$f(x) = Ax.x = \sum_{i,j=1}^{n} a_{ij} x_i x_j,\ x = (x_1, ..., x_n)$$

तब

(A) f, $\mathbf{R}^n$ में अवकलनीय है तथा $f'(x)(h) = 2Ax.h,\ h \in \mathbf{R}^n$

(B) f, $\mathbf{R}^n$ के एक ही बिन्दु पर अवकलनीय नहीं होता है

(C) f, $\mathbf{R}^n$ में अवकलनीय है तथा $f'(x)(h) = Ax\ .\ h + A^t x\ .\ h,\ h \in \mathbf{R}^n$ (A^t, A का ट्रान्सपोज दर्शाता है)

(D) f, $\mathbf{R}^n$ के अनंत बिन्दुओं पर अवकलनीय नहीं होता है

32. माना V सभी फलनों f जो कि $\mathbf{R}$ से $\mathbf{R}$ में हैं, का वास्तविक सदिश समष्टि है। निम्न में से कौनसा V का उपसमष्टि नहीं है ?

(A) सभी f इस प्रकार $f(x^2) = (f(x))^2$

(B) सभी f इस प्रकार $f(0) = f(1)$

(C) सभी f इस प्रकार $f(-1) = 0$

(D) सभी f इस प्रकार f संतत है

33. निम्न में से कौनसा कथन सही **नहीं** है ?

(A) सममित आव्यूहों का समुच्चय, $\mathbf{R}$ पर सभी $n \times n$ आव्यूहों के समष्टि का उपसमष्टि बनाता है

(B) $\mathbf{C}$ पर, सभी $n \times n$ हरमीशियन आव्यूह का समुच्चय एक $M_n(\mathbf{C})$ का उपसमष्टि है

(C) $\mathbf{R}$ पर, सभी बहुपदों का समष्टि एक सभी फलनों जो कि $\mathbf{R}$ से $\mathbf{R}$ में हैं, के समष्टि का उपसमष्टि है

(D) माना कि $A \in M_n(\mathbf{R})$. सभी $n \times 1$ आव्यूहों X इस प्रकार कि $AX = 0$ का समुच्चय, $\mathbf{R}$ पर सभी $n \times 1$ आव्यूहों के समष्टि का एक उपसमष्टि है

34. सभी 6×6 वाले वास्तविक असममित आव्यूहों वाले सदिश समष्टि की विमा है :

(A) 10 (B) 15

(C) 20 (D) 25

35. निम्न में से कौनसा $\mathbf{R}^3$ का उपसमष्टि **नहीं** है ?

$V_1 = \{(x, y, 0) : x, y \in \mathbf{R}\}$

$V_2 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R},\ x + y + z = 1\}$

$V_3 = \{(x, x, x) : x \in \mathbf{R}\}$

$V_4 = \{(x, y, z) : x, y, z \in \mathbf{R},\ x + y + z = 0\}$

(A) V_1 (B) V_2

(C) V_3 (D) V_4

36. The dimension of the solution space W of the system :

$$x + 2y + z - 3t = 0$$
$$2x + 4y + 4z - t = 0$$
$$3x + 6y + 7z + t = 0$$

is :

(A) 1 (B) 3

(C) 2 (D) 4

37. Let $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ be a linear transformation given by

$T(a_1, a_2, a_3) = (a_1 - a_2, 2a_3)$.

Then the nullity of T is :

(A) 0 (B) 2

(C) 3 (D) 1

38. Let W be the subspace of $\mathbf{R}^4$ given by

$W = \{(x, y, z, w) : x, y, z, w \in \mathbf{R}, x + z + w = 0, y + z + w = 0\}$.

Then the dimension of W is :

(A) 3 (B) 2

(C) 4 (D) 1

39. Let U and W be distinct four-dimensional subspaces of a 6-dimensional space V. The dimension of $U \cap W$ can be :

(A) 2 or 3 (B) 1 or 4

(C) 1 or 5 (D) 4 or 5

40. Let $S = \{(1, 0, i), (1, 2, 1)\} \subseteq \mathbf{C}^3$, then $S^{\perp}$ is :

(A) $\text{Span}\left\{\left(-i, \frac{1}{2}(i+1), 1\right)\right\}$ (B) $\text{Span}\left\{\left(i, \frac{-1}{2}(i+1), -1\right)\right\}$

(C) $\text{Span}\left\{\left(i, \frac{-1}{2}(i+1), 1\right)\right\}$ (D) $\text{Span}\left\{\left(i, \frac{1}{2}(i+1), -1\right)\right\}$

36. तन्त्र

$$x + 2y + z - 3t = 0$$

$$2x + 4y + 4z - t = 0$$

$$3x + 6y + 7z + t = 0$$

के हल समष्टि की विमा है :

(A) 1 (B) 3

(C) 2 (D) 4

37. माना $T : \mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^2$ एक रेखीय रूपान्तरण निम्न प्रकार से दिया है :

$$T(a_1, a_2, a_3) = (a_1 - a_2, 2a_3)$$

तब, T की शून्यता है :

(A) 0 (B) 2

(C) 3 (D) 1

38. माना W, $\mathbf{R}^4$ का उपसमष्टि निम्न प्रकार से दिया है :

$$W = \{(x, y, z, w) : x, y, z, w \in \mathbf{R}, x + z + w = 0, y + z + w = 0\}$$

तब W की विमा है :

(A) 3 (B) 2

(C) 4 (D) 1

39. माना U तथा W, एक 6-विमीय सदिश समष्टि V के चार-विमीय उपसमष्टि हैं। $U \cap W$ की विमा हो सकती है :

(A) 2 या 3 (B) 1 या 4

(C) 1 या 5 (D) 4 या 5

40. माना $S = \{(1, 0, i), (1, 2, 1)\} \subseteq \mathbf{C}^3$, तब $S^{\perp}$ है :

(A) स्पान$\left\{\left(-i, \frac{1}{2}(i+1), 1\right)\right\}$ (B) स्पान$\left\{\left(i, \frac{-1}{2}(i+1), -1\right)\right\}$

(C) स्पान$\left\{\left(i, \frac{-1}{2}(i+1), 1\right)\right\}$ (D) स्पान$\left\{\left(i, \frac{1}{2}(i+1), -1\right)\right\}$

PART—II

Group-A

41. The value of the integral $\int_C \bar{z}\, dz$, where C is the semicircle $z = 2e^{i\theta}, \frac{-\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, is :

(A) $2\pi i$ (B) $4\pi i$

(C) πi (D) $-2\pi i$

42. If $z \in \mathbf{C}$ such that e^z is a real number, then :

(A) $\text{Im } z = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(B) $\text{Re } z = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(C) $\text{Re } z = n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(D) $\text{Im } z = n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

43. Define f on $\mathbf{C}$ by :

$$f(z) = \begin{cases} \frac{(\bar{z})^2}{z}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

Let u and v denote the real and imaginary parts of f. Then at the origin :

(A) f is differentiable and u, v satisfy the Cauchy-Riemann equations

(B) u and v satisfy the Cauchy-Riemann equations but f is not differentiable

(C) u and v do not satisfy the Cauchy-Riemann equations but f is differentiable

(D) f is not differentiable and u and v do not satisfy the Cauchy-Riemann equations

भाग—II

समूह-A

41. समाकलन $\int_C \bar{z}\, dz$ का मान, जहाँ C : $z = 2e^{i\theta}, \frac{-\pi}{2} \le \theta \le \frac{\pi}{2}$ अर्धवृत्त है :

(A) $2\pi i$ है (B) $4\pi i$ है

(C) πi है (D) $-2\pi i$ है

42. यदि $z \in \mathbf{C}$ इस प्रकार कि e^z एक वास्तविक संख्या है, तब :

(A) $\text{Im}\, z = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(B) $\text{Re}\, z = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(C) $\text{Re}\, z = n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

(D) $\text{Im}\, z = n\pi, n = 0, \pm 1, \pm 2, ...$

43. **C** पर f निम्न प्रकार परिभाषित है :

$$f(z) = \begin{cases} \frac{(\bar{z})^2}{z}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$$

माना u तथा v, f का वास्तविक तथा काल्पनिक भाग निरूपित करता है। तब मूल बिन्दु पर :

(A) f अवकलनीय है तथा u, v कौशी-रीमान समीकरणों को संतुष्ट करते हैं

(B) u तथा v कौशी-रीमान समीकरणों को संतुष्ट करते हैं लेकिन f अवकलनीय नहीं है

(C) u तथा v कौशी-रीमान समीकरणों को संतुष्ट नहीं करते हैं लेकिन f अवकलनीय है

(D) f अवकलनीय नहीं है तथा u और v कौशी-रीमान समीकरणों को संतुष्ट नहीं करते हैं

44. The value of the integral $\int_C \text{Im } z \, dz$, where C is the line segment from origin to $2 + i$ is :

(A) $\frac{1+i}{2}$ (B) $-1 + i$

(C) $1 + \frac{i}{2}$ (D) $1 - \frac{i}{2}$

45. The set of zeroes of $f(z) = \sin z$ is :

(A) $\{2n\pi : n \in \mathbf{Z}\}$ (B) $\{n\pi : n \in \mathbf{Z}\} \cup \{in\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

(C) $\{n\pi : n \in \mathbf{Z}\}$ (D) $\{2n\pi : n \in \mathbf{Z}\} \cup \{2in\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

46. Suppose G is an open connected subset of $\mathbf{C}$ containing 0 and $f : G \to \mathbf{C}$ is analytic such that $f(0) = 0$ and $|f(z) - 1| = 1$ for all $z \in G$. Then the range of f is :

(A) The set $\{1 + e^{i\theta} : 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$ (B) $\{0, 2\}$

(C) $\{0\}$ (D) The set $\{1 + e^{i\theta} : 0 \leq \theta \leq \pi\}$

47. The cube roots of $1 + i$ are :

(A) $2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{4}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{11\pi}{12}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{9\pi}{4}}$ (B) $2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{12}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{3\pi}{4}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{17\pi}{12}}$

(C) $2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{\pi}{12}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{3\pi}{4}}, e^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{17\pi}{12}}$ (D) $2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{\pi}{4}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{11\pi}{12}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{9\pi}{4}}$

48. Consider the functions $f_1(z) = |z|^2$, $f_2(z) = \overline{z}$, $f_3(z) = \text{Re } z$, $z \in \mathbf{C}$. Then at $z = 0$:

(A) f_1 and f_2 are differentiable, but f_3 is not

(B) f_2 and f_3 are differentiable, but f_1 is not

(C) All three functions are differentiable

(D) f_1 is differentiable, but neither f_2 nor f_3 is differentiable

44. समाकलन $\int_C \text{Im}\, z\, dz$ का मान, जहाँ C मूल बिन्दु से $2 + i$ तक का रेखाखण्ड है :

(A) $\frac{1+i}{2}$ है

(B) $-1 + i$ है

(C) $1+\frac{i}{2}$ है

(D) $1-\frac{i}{2}$ है

45. फलन $f(z) = \sin z$ की शून्यकों का समुच्चय है :

(A) $\{2n\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

(B) $\{n\pi : n \in \mathbf{Z}\} \cup \{in\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

(C) $\{n\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

(D) $\{2n\pi : n \in \mathbf{Z}\} \cup \{2in\pi : n \in \mathbf{Z}\}$

46. माना G, $\mathbf{C}$ का एक खुला संबद्ध उपसमुच्चय है जो कि 0 को निर्दिष्ट करता है तथा $f : G \to \mathbf{C}$ वैश्लेषिक फलन इस प्रकार है कि $f(0) = 0$ तथा सभी $z \in G$ के लिए $|f(z) - 1| = 1$. तब f की परास है :

(A) समुच्चय $\{1 + e^{i\theta} : 0 \le \theta \le 2\pi\}$

(B) $\{0, 2\}$

(C) $\{0\}$

(D) समुच्चय $\{1 + e^{i\theta} : 0 \le \theta \le \pi\}$

47. $1 + i$ के घनमूल हैं :

(A) $2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{4}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{11\pi}{12}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{9\pi}{4}}$

(B) $2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{12}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{3\pi}{4}}, 2^{\frac{3}{2}} e^{i\frac{17\pi}{12}}$

(C) $2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{\pi}{12}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{3\pi}{4}}, e^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{17\pi}{12}}$

(D) $2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{\pi}{4}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{11\pi}{12}}, 2^{\frac{1}{6}} e^{i\frac{9\pi}{4}}$

48. माना फलन $f_1(z) = |z|^2$, $f_2(z) = \bar{z}$, $f_3(z) = \text{Re}\, z$, $z \in \mathbf{C}$. तब $z = 0$ पर :

(A) f_1 तथा f_2 अवकलनीय हैं लेकिन f_3 नहीं

(B) f_2 तथा f_3 अवकलनीय हैं लेकिन f_1 नहीं

(C) सभी तीनों फलन अवकलनीय हैं

(D) f_1 अवकलनीय है, लेकिन ना तो f_2 और ना ही f_3 अवकलनीय है

49. The radius of convergence of the power series $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$ is :

(A) 0 (B) 1

(C) ∞ (D) $\frac{1}{2}$

50. The Mobius transformation T which maps 0 to ∞, 1 to 0 and i to 1 is given by Tz =

(A) $\frac{z-1}{(1+i)z}$ (B) $\frac{z-1}{1-iz}$

(C) $\frac{z-1}{(i-1)z}$ (D) $\frac{z-1}{(1-i)z}$

51. The value of the integral $\int_C \operatorname{Re} z \, dz$, where C is the line segment from $1 + i$ to $3 + 2i$ is :

(A) $2(2 - i)$ (B) $2(2 + i)$

(C) $-2(2 + i)$ (D) $2(i - 2)$

52. The principal part of the Laurent series of $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ in the annulus $\{z : 0 < |z| < 1\}$ is :

(A) $\frac{-1}{z}$ (B) $-\frac{1}{2z}$

(C) $\frac{1}{2z}$ (D) $\frac{1}{z}$

53. Let $f(z) = e^{1+z}, z \in \mathbf{C}$. Then :

(A) $e^1 \leq |f(z)| \leq 1 + \operatorname{Re} z$ for all $z \in \mathbf{C}$

(B) $|f(z)| \leq 1$ for all $z \in \mathbf{C}$

(C) $|f(z)| \leq e^1$ for all $z \in \mathbf{C}$

(D) f is unbounded

49. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} z^{n!}$ की अभिसरित त्रिज्या है :

(A) 0 (B) 1

(C) ∞ (D) $\frac{1}{2}$

50. मोबिस रूपान्तरण, T जो कि 0 को ∞ में, 1 को 0 में तथा i को 1 में प्रतिचित्रित करता है, Tz के द्वारा दिया है जो कि :

(A) $\frac{z-1}{(1+i)z}$ है (B) $\frac{z-1}{1-iz}$ है

(C) $\frac{z-1}{(i-1)z}$ है (D) $\frac{z-1}{(1-i)z}$ है

51. समाकल $\int_C \mathrm{Re}\, z\, dz$ का मान, जहाँ C एक $1 + i$ से $3 + 2i$ तक रेखाखण्ड है :

(A) $2(2-i)$ है। (B) $2(2+i)$ है।

(C) $-2(2+i)$ है। (D) $2(i-2)$ है।

52. वलय $\{z : 0 < |z| < 1\}$ में, फलन $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ की लॉरेन्ट श्रेणी में मुख्य भाग है :

(A) $\frac{-1}{z}$ (B) $-\frac{1}{2z}$

(C) $\frac{1}{2z}$ (D) $\frac{1}{z}$

53. माना $f(z) = e^{1+z}, z \in \mathbf{C}$. तब :

(A) सभी $z \in \mathbf{C}$ के लिए, $e^1 \le |f(z)| \le 1 + \mathrm{Re}\, z$

(B) सभी $z \in \mathbf{C}$ के लिए, $|f(z)| \le 1$

(C) सभी $z \in \mathbf{C}$ के लिए $|f(z)| \le e^1$

(D) f अपरिबद्ध है।

54. For $z = x + iy \in \mathbf{C}$, sin z and cos z satisfy :

(A) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + \sin h^2 y, \ |\cos z|^2 = \cos^2 x + \sin h^2 y$

(B) $|\sin z|^2 = \cos^2 x + \sin h^2 y, |\cos z|^2 = \cos^2 x + \cos h^2 y$

(C) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + \cos h^2 y, \ |\cos z|^2 = \cos^2_x + \sin h^2 y$

(D) $|\sin z|^2 = \cos^2 x + \cos h^2 y, \ |\cos z|^2 = \sin^2_x + \sin h^2 y$

55. The number of integers x, y, z, w such that $x + y + z + w = 20$ and $x, y, z, w \geq -1$ is :

(A) ${}^{24}C_3$ (B) ${}^{25}C_3$

(C) ${}^{26}C_3$ (D) ${}^{27}C_3$

56. The number of ways of factoring 91,000 into two factors m and n such that $m > 1$, $n > 1$ and gcd $(m, n) = 1$ is :

(A) 7 (B) 15

(C) 32 (D) 37

57. Let G be a group and suppose $e \neq a \in G$ satisfy $a^5 = e$, $ab = b^2 a$, then the order of b is :

(A) 5 (B) 15

(C) 31 (D) 63

58. Let G be an abelian group of order 2018. Define $\phi : G \to G$ by $\phi(g) = g^5$ for all $g \in G$. Then :

(A) ϕ is not onto

(B) ϕ is not one to one

(C) there exists $e \neq x \in G$ such that $\phi(x) = x^{-1}$

(D) ϕ is an automorphism

54. $z = x + iy \in \mathbf{C}$, के लिए, $\sin z$ तथा $\cos z$ संतुष्ट करते हैं :

(A) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + \sin h^2 y, \ |\cos z|^2 = \cos^2 x + \sin h^2 y$

(B) $|\sin z|^2 = \cos^2 x + \sin h^2 y, |\cos z|^2 = \cos^2 x + \cos h^2 y$

(C) $|\sin z|^2 = \sin^2 x + \cos h^2 y, \ |\cos z|^2 = \cos^2_x + \sin h^2 y$

(D) $|\sin z|^2 = \cos^2 x + \cos h^2 y, \ |\cos z|^2 = \sin^2_x + \sin h^2 y$

55. पूर्णांकों की संख्या x, y, z, w इस प्रकार है कि $x + y + z + w = 20$ तथा $x, y, z, w \geq -1$, है :

(A) ${}^{24}C_3$

(B) ${}^{25}C_3$

(C) ${}^{26}C_3$

(D) ${}^{27}C_3$

56. 91,000 को दो खण्डों m तथा n जो कि इस प्रकार है $m > 1, n > 1$ तथा म. स. प. $(m, n) = 1$, के गुणनखण्डों के प्रकार की संख्या है :

(A) 7

(B) 15

(C) 32

(D) 37

57. माना G एक समूह है तथा $e \neq a \in G$ सम्बन्ध $a^5 = e$ तथा $ab = b^2 a$ को संतुष्ट करता है, तब b की घात है :

(A) 5

(B) 15

(C) 31

(D) 63

58. माना G, 2018 घात का एक आबेलियन समुच्चय है। $\phi : G \to G$ निम्न प्रकार परिभाषित है : $\phi(g) = g^5$ सभी $g \in G$ के लिए तब :

(A) ϕ समानोपारी नहीं है

(B) ϕ एकैकी नहीं है।

(C) $e \neq x \in G$ अस्तित्व में है इस प्रकार कि $\phi(x) = x^{-1}$

(D) ϕ एक स्वाकारिता है।

59. Let $G = \{e, a_1, a_2, \ldots\ldots, a_{2016}\}$ be an Abelian group of order 2017 and let $g = a_1, a_2 \ldots\ldots a_{2016}$ then :

(A) $g = e$

(B) $O(g) = 504$

(C) $O(g) = 1008$

(D) $O(g) = 2017$

60. Let $\sigma = (12)(345) \in s_6$, the symmetric group of six elements. Let $x_1, x_2, \ldots\ldots, x_6$ be six distinct numbers and $P = \prod_{i<j} (x_i - x_j)$ and $Q = \prod_{i<j} (x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(j)})$.

Then :

(A) $P = Q$

(B) $P + Q = 0$

(C) $P^2 = Q$

(D) $P = Q^2$

61. Let G be a finite group and let A and B be non-empty proper subsets of G such that $|A| + |B| > |G|$, where $|A|$ denotes the number of elements in A. Then :

(A) $G = AB$

(B) AB is a proper subgroup of G

(C) $A \cap B = \{e\}$

(D) $|G| = \dfrac{|AB|}{|A \cap B|}$

62. Let p be a prime number and :

$$Q(\sqrt{p}) = \{a + b\sqrt{p} \, : \, a, b \in Q\}$$

Q being the field of rational numbers. Then :

(A) $Q(\sqrt{p})$ is not a subfield of **R**

(B) $Q(\sqrt{p})$ is a field extension of Q with degree p.

(C) $Q(\sqrt{p})$ is a field extension of Q with degree 2

(D) $\left[Q(\sqrt{p}) : Q\right] = 3$

59. माना $G = \{e, a_1, a_2, ..., a_{2016}\}$, 2017 घात का एक आबेलियन समूह है तथा माना $g = a_1 a_2 .... a_{2016}$ तब :

(A) $g = e$
(B) $O(g) = 504$
(C) $O(g) = 1008$
(D) $O(g) = 2017$

60. माना $\sigma = (12)(345) \in s_6$, 6 अवयवों का एक सममित समूह है। माना $x_1, x_2, ..., x_6$ छः भिन्न अंक हैं तथा $P = \prod_{i<j} (x_i - x_j)$ तथा $Q = \prod_{i<j} (x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(j)})$,

तब :

(A) $P = Q$
(B) $P + Q = 0$
(C) $P^2 = Q$
(D) $P = Q^2$

61. माना G एक परिमित समूह है तथा माना A और B, G के दो उचित अरिक्त उपसमुच्चय हैं इस प्रकार कि $|A| + |B| > |G|$, जहाँ $|A|$, A में अवयवों की संख्या निरूपित करता है। तब :

(A) $G = AB$
(B) AB, G का एक उचित उपसमुच्चय है।
(C) $A \cap B = \{e\}$
(D) $|G| = \dfrac{|AB|}{|A \cap B|}$

62. माना p एक अभाज्य संख्या है तथा :

$$Q(\sqrt{p}) = \{a + b\sqrt{p} \; : \; a, b \in Q\}$$

जहाँ Q परिमेय संख्याओं का क्षेत्र है, तब :

(A) $Q(\sqrt{p})$, **R** का उपक्षेत्र नहीं है।
(B) $Q(\sqrt{p})$, Q का विस्तारित क्षेत्र है p घात के साथ
(C) $Q(\sqrt{p})$, Q का विस्तारित क्षेत्र है 2 घात के साथ
(D) $\left[Q(\sqrt{p}) : Q\right] = 3$

63. Let k the smallest subfield of **R** containing $Q \cup \{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$. The degree of k over Q is (Q being the field of all rational numbers) :

(A) 1 (B) 2

(C) 3 (D) 4

64. In the sing **Z** of integers, the nil radical $\sqrt{480\,\mathbf{Z}}$ is equal to :

(A) 5**Z** (B) 3**Z**

(C) 30**Z** (D) 20**Z**

65. Consider **Z**[i] of Gaussian integers and let I = $\{a + bi \in \mathbf{Z}[i] : a$ and b are both even$\}$. Then :

(A) I is not an ideal of **Z**[i]

(B) I is not a maximal ideal

(C) I is a maximal ideal

(D) I = $\{a + bi \in Z(i) : a^2 + b^2$ is even$\}$

66. The set $A = \{x \in Q : -\sqrt{7} \le x \le \sqrt{7}\}$ in the subpace Q of the real line **R** is :

(A) Open but not closed (B) Closed but not open

(C) Both open and closed (D) Neither open nor closed

67. Which of the following statements is true for the product $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ with product topology of a family $\{X_\alpha\}_{\alpha \in \wedge}$ of topological spaces ?

(A) If each X_α is normal then $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ is normal

(B) If each X_α is locally connected then $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ is locally connected

(C) If each X_α is metrizable then $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ is metrizable

(D) If each X_α is completely regular then $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ is completely regular

63. माना k, **R** का लघुतम उपक्षेत्र है जो कि $Q \cup \{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}$ को निर्दिष्ट करता है। तब Q पर, k की कोटि है (Q सभी परिमेय अंकों का क्षेत्र प्रदर्शित करता है) :

(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4

64. पूर्णांकों के वलय **Z** में, शून्यकरणी $\sqrt{480\,\mathbf{Z}}$ बराबर है :

(A) 5**Z**
(B) 3**Z**
(C) 30**Z**
(D) 20**Z**

65. माना गॉसियन पूर्णांकों का $\mathbf{Z}[i]$ तथा माना $I = \{a + bi \in \mathbf{Z}[i]$ a तथा b दोनों सम हैं$\}$, तब :

(A) I, $\mathbf{Z}[i]$ का आइडल नहीं है।

(B) I उच्चिष्ठ आइडल नहीं है।

(C) I एक उच्चिष्ठ आइडल है।

(D) $I = \{a + bi \in Z(i) : a^2 + b^2$ सम है$\}$

66. वास्तविक रेखा **R** के उपसमुच्चय Q में समुच्चय $A = \{x \in Q : -\sqrt{7} \leq x \leq \sqrt{7}\}$:

(A) खुला है लेकिन बन्द नहीं है।
(B) बन्द है लेकिन खुला नहीं है।
(C) दोनों बन्द तथा खुला है।
(D) ना ही तो खुला है और ना ही बन्द है।

67. सांस्थितिकी समष्टि के एक वर्ग $\{X_\alpha\}_{\alpha \in \wedge}$ के गुणन सांस्थितिकी के साथ गुणन $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ के लिए निम्न में से कौनसा कथन **सत्य** है ?

(A) यदि प्रत्येक X_α प्रसामान्य है तब $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ एक प्रसामान्य है।

(B) यदि प्रत्येक X_α स्थानीय संबद्ध है तब $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ एक स्थानीय संबद्ध है।

(C) यदि प्रत्येक X_α एक दूरीकीय है तब $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ एक दूरकीय है।

(D) यदि प्रत्येक X_α एक पूर्णतः रेगूलर है तब $\prod_{\alpha \in \wedge} X_\alpha$ एक पूर्णतः रेगूलर है।

68. Which of the following statements is *false* ?

(A) If every countable subset of a topological space is closed, then X is a discrete space.

(B) In **R** with cofinite topology, then dense subsets are its infinite subsets

(C) The collection of all open intervals with rational end points is also a basis for usual topology of **R**.

(D) In the contour set C, as a subspace of real line **R**, every point is a limit point of C.

69. Consider **R** with usual metric and a continuous map $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, then :

(A) f is bounded

(B) The image of f is an open subset of **R**

(C) $f(A)$ is bounded for all bounded subset of A of **R**

(D) $f^{-1}(A)$ is compact for all compact subset of A of **R**

70. The function $f : [0, 2\pi] \to S' = \{z : |z| = 1\}$ defined by $f(t) = e^{it}$ is :

(A) a homeomorphism

(B) not a continuous map

(C) continuous, one-one, but not onto

(D) a continuous bijection but not an open map

68. निम्न में से कौनसा कथन **असत्य** है ?

(A) यदि एक संस्थानिक समष्टि का प्रत्येक गणकीय उपसमुच्चय परिबद्ध है तब X एक विविक्त समष्टि है।

(B) कोफिनिट सांस्थितिकी के साथ, **R** में सघन उपसमुच्चय इसके अनन्त उपसमुच्चय हैं।

(C) सभी खुले अंतराल का संग्रह, परिमेय अन्त बिन्दुओं के साथ **R** की यूजुअल सांस्थितिकी के लिए एक आधार है।

(D) कन्टूर समुच्चय C में, वास्तविक रेखा **R** के एक उपसमुच्चय की तरह, प्रत्येक बिन्दु एक सीमा बिन्दु है।

69. माना एक यूजुअल दूरीक **R** के साथ तथा $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ एक संतत प्रतिचित्रण है, तब :

(A) f एक परिबद्ध है

(B) f का प्रतिचित्र **R** का एक खुला उपसमुच्चय है।

(C) $f(A)$ एक परिबद्ध है, **R** में A के सभी परिबद्ध उपसमुच्चय के लिए

(D) **R** में A के सभी संहत उपसमुच्चयों के लिए $f^{-1}(A)$ एक संहत है

70. फलन $f : [0, 2\pi] \to S' = \{z : |z| = 1\}$, $f(t) = e^{it}$ के द्वारा परिभाषित है :

(A) एक तद्धत है।

(B) एक संतत प्रतिचित्रण नहीं है।

(C) एक संतत व एकैकी है लेकिन समानोपारी नहीं है।

(D) एक एकैकी समानोपारी संतत है लेकिन एक खुला प्रतिचित्रण नहीं है।

71. The BVP $y'' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(1) = 0$ reduces into an integral equation $y(x) = 1 + \int_0^1 k(x_1 t) y(t)\ dt$ where :

(A) $k(x_1 t) = \begin{cases} t, & t > x \\ x, & t < x \end{cases}$

(B) $k(x_1 t) = \begin{cases} x+t, & t > x \\ x-t, & t < x \end{cases}$

(C) $k(x_1 t) = \begin{cases} t, & t < x \\ x, & t > x \end{cases}$

(D) $k(x_1 t) = \begin{cases} x+t, & t < x \\ x-t, & t > x \end{cases}$

72. The eigenvalue and eigenfunction of Fredholm integral equation $y(x) = \lambda \int_0^1 e^x e^t\ y(t)\ dt$ are (respectively) :

(A) $\lambda = \frac{1}{e^2-1}, e^x$

(B) $\lambda = \frac{1}{e^2+1}, e^{-x}$

(C) $\lambda = \frac{2}{e^2+1}, e^{-x}$

(D) $\lambda = \frac{2}{e^2-1}, e^x$

73. The solution of the integral equation :

$$\int_0^x \cos(x-t)\,\phi(t)\,dt = x$$

is given by :

(A) $1 - \frac{x^2}{2}$

(B) $x - \frac{x^2}{2}$

(C) $x + \frac{x^2}{2}$

(D) $1 + \frac{x^2}{2}$

71. पमास $y'' + y = 0$, $y(0) = 1$, $y'(1) = 0$ एक समाकल समीकरण $y(x) = 1 + \int_0^1 k(x_1 t) y(t)\ dt$ पर समानयन होता है, जहाँ :

(A) $k(x_1 t) = \begin{cases} t, & t > x \\ x, & t < x \end{cases}$

(B) $k(x_1 t) = \begin{cases} x+t, & t > x \\ x-t, & t < x \end{cases}$

(C) $k(x_1 t) = \begin{cases} t, & t < x \\ x, & t > x \end{cases}$

(D) $k(x_1 t) = \begin{cases} x+t, & t < x \\ x-t, & t > x \end{cases}$

72. फ्रेडहोल्म समाकल समीकरण

$y(x) = \lambda \int_0^1 e^x e^t\ y(t)\ dt$

के अभिलाक्षणिक मूल तथा अभिलाक्षणिक फलन क्रमश :

(A) $\lambda = \dfrac{1}{e^2 - 1}, e^x$ हैं।

(B) $\lambda = \dfrac{1}{e^2 + 1}, e^{-x}$ हैं।

(C) $\lambda = \dfrac{2}{e^2 + 1}, e^{-x}$ हैं।

(D) $\lambda = \dfrac{2}{e^2 - 1}, e^x$ हैं।

73. समाकल समीकरण :

$$\int_0^x \cos(x-t)\, \phi(t)\, dt = x$$

का हल दिया है :

(A) $1 - \dfrac{x^2}{2}$

(B) $x - \dfrac{x^2}{2}$

(C) $x + \dfrac{x^2}{2}$

(D) $1 + \dfrac{x^2}{2}$

74. The solution of integral equation $\int_0^x e^{x-t} s(t)\, dt = \sin x$ is :

(A) $\cos x - \sin x$ (B) $\cos x + \sin x$

(C) $\sin x - \cos x$ (D) $-\sin x - \cos x$

75. The integral equation $\phi(x) = \lambda \int_0^1 xt\, \phi^2(t)\, dt$, where $\lambda \neq 0$ is a parameter, has :

(A) exactly one solution $\phi(x) = \frac{4}{\lambda} x$

(B) only trivial solution

(C) two solutions $\phi_1(x) = 0$, $\phi_2(x) = \frac{4}{\lambda} x$

(D) no solution

76. The value of integral :

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x}\, dx$$

correct to three decimal places by trapezoidal rule with $h = 0.5$ is :

(A) 0.718 (B) 0.727

(C) 0.694 (D) 0.708

77. The approximate value of $y(0.1)$ up the second approximation in the Picard method of successive approximation for IVP $y' = (x - y)$, $y(0) = 1$ is :

(A) 0.83867 (B) 0.83767

(C) 0.83967 (D) 0.83666

74. समाकल समीकरण $\int_0^x e^{x-t} s(t)\, dt = \sin x$ का हल है :

(A) $\cos x - \sin x$ (B) $\cos x + \sin x$

(C) $\sin x - \cos x$ (D) $-\sin x - \cos x$

75. समाकल समीकरण $\phi(x) = \lambda \int_0^1 xt\, \phi^2(t)\, dt$, जहाँ $\lambda \neq 0$ एक मानक है :

(A) यथातथ्य एक हल $\phi(x) = \frac{4}{\lambda} x$ रखता है।

(B) केवल तुच्छ हल रखता है।

(C) दो हल $\phi_1(x) = 0$, $\phi_2(x) = \frac{4}{\lambda} x$ रखता है।

(D) कोई हल नहीं रखता है।

76. ट्रेपेजॉयडल नियम से दशमलव के तीन सही स्थान तक समाकल :

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x}\, dx$$

का मान है, जहाँ स्टेप साइज $h = 0.5$ है :

(A) 0.718 (B) 0.727

(C) 0.694 (D) 0.708

77. प्रारम्भिक मान समस्या $y' = (x - y)$, $y(0) = 1$ के लिए, पिकार्ड विधि के क्रमागत सन्निकटन में, दूसरे सन्निकटन तक, $y(0.1)$ का सन्निकट मान है :

(A) 0.83867 (B) 0.83767

(C) 0.83967 (D) 0.83666

78. The local truncation error in y_{n+1} for Euler's method in solution of IVP $y' = f(x, y),\ y(x_0) = y_0$ is equal to :

(A) $y'(c)\dfrac{h^2}{2!},\ x_n < c < x_{n+1}$

(B) $y''(c)h^2,\ x_n < c < x_{n+1}$

(C) $y''(c)\dfrac{h^2}{2!},\ x_n < c < x_{n+1}$

(D) $y'(c)h^2,\ x_n < c < x_{n+1}$

(where h is the step size)

79. Which of the following is *true* ?

(A) Local truncation error in Euler's method is $o(h)$

(B) Global truncation error in Euler's method is $o(h^2)$

(C) Global truncation error in RK4 is $o(h^4)$

(D) Local truncation error in RK4 is $o(h^3)$

(RK4 being the Runge-Kutta method of order 4)

80. The particular solution of differential equation $y'' - y = \dfrac{1}{x}$ is :

(A) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{x_0}^{x} \dfrac{(e^{x-t} - e^{-x+t})dt}{t}$

(B) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{x_0}^{x} \dfrac{(e^{-x+t} + e^{x-t})dt}{t}$

(C) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{x_0}^{x} (e^{x-t} - e^{-x+t})dt$

(D) $\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_{x_0}^{x} (e^{x-t} + e^{-x+t})dt$

78. प्रारम्भिक मान समस्या $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ के हल में, ऑइलर विधि के लिए, y_{n+1} में स्थानीय संक्षिप्त त्रुटि :

(A) $y'(c)\frac{h^2}{2!}$, $x_n < c < x_{n+1}$ के समान है

(B) $y''(c)h^2$, $x_n < c < x_{n+1}$ के समान है

(C) $y''(c)\frac{h^2}{2!}$, $x_n < c < x_{n+1}$ के समान है

(D) $y'(c)h^2$, $x_n < c < x_{n+1}$ के समान है

(जहाँ h स्टेप का आकार है।)

79. निम्न में से कौनसा **सत्य** है ?

(A) ऑइलर विधि में स्थानीय संक्षिप्त त्रुटि $o(h)$ है।

(B) ऑइलर विधि में सर्वत्र संक्षिप्त त्रुटि $o(h^2)$ है।

(C) RK4 में सर्वत्र संक्षिप्त त्रुटि $o(h^4)$ है।

(D) RK4 में स्थानीय संक्षिप्त त्रुटि $o(h^3)$ है।

(यहाँ RK4 रुंगे-कुट्टा विधि जिसकी कोटि 4 है, को निरूपित करता है।)

80. अवकल समीकरण $y'' - y = \frac{1}{x}$ का विशेष हल है :

(A) $\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x} \frac{(e^{x-t} - e^{-x+t})dt}{t}$

(B) $\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x} \frac{(e^{-x+t} + e^{x-t})dt}{t}$

(C) $\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x} (e^{x-t} - e^{-x+t})dt$

(D) $\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x} (e^{x-t} + e^{-x+t})dt$

81. The solution of system of equations :

$$\frac{dx}{dt} = -y + t, \quad \frac{dy}{dt} = x - t$$

is :

(A) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t - t + 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t - 1$

(B) $x = C_1 \cos t - C_2 \sin t - t + 1$

$y = C_1 \sin t + C_2 \cos t + t - 1$

(C) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t + t + 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t - 1$

(D) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t - t - 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t + 1$

(C_1, C_2 being arbitrary constant)

82. The particular integral of $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$ by method of variation of parameter is :

(A) $e^{-2x} \sin e^x$ (B) $-e^{-2x} \sin e^x$

(C) $e^{-2x} \cos e^x$ (D) $-e^{-2x} \cos e^x$

83. The IVP $\frac{dy}{dx} = 2y^{1/2}$, $y(0) = 0$ has :

(A) No solution

(B) Unique solution

(C) Infinitely many solutions

(D) Only finitely many solutions

81. समीकरणों $\frac{dx}{dt} = -y+t$, $\frac{dy}{dt} = x-t$ के तंत्र का हल है :

(A) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t - t + 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t - 1$

(B) $x = C_1 \cos t - C_2 \sin t - t + 1$

$y = C_1 \sin t + C_2 \cos t + t - 1$

(C) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t + t + 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t - 1$

(D) $x = C_1 \cos t + C_2 \sin t - t - 1$

$y = C_1 \sin t - C_2 \cos t + t + 1$

(C_1, C_2 स्वैच्छिक अचर हैं।)

82. वैरिएशन ऑफ पैरामीटर विधि के द्वारा समीकरण $y'' + 3y' + 2y = \sin e^x$ का विशेष हल है :

(A) $e^{-2x} \sin e^x$

(B) $-e^{-2x} \sin e^x$

(C) $e^{-2x} \cos e^x$

(D) $-e^{-2x} \cos e^x$

83. प्रारम्भिक मान समस्या (प्रामस) $\frac{dy}{dx} = 2y^{1/2}$, $y(0) = 0$ का/के :

(A) हल नहीं है

(B) अद्वितीय हल है

(C) अनन्त हल हैं

(D) केवल बहुत-से परिमित हल हैं

84. The eigenvalues and eigenfunctions of the BVP :

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

are :

(A) $\lambda_n = n^2, \ \phi_n = \cos nx, \ n = 1, 2, 3......$

(B) $\lambda_n = n^2, \ \phi_n = \sin nx, \ n = 1, 2, 3......$

(C) $\lambda_n = (n-1)^2, \ \phi_n = \sin nx, \ n = 1, 2, 3......$

(D) $\lambda_n = (n-1)^2, \ \phi_n(x) = \cos nx, \ n = 1, 2, 3......$

85. The Green's function G(x, t) for the BVP :

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = 24x^5, \ y(1) = 0, \ y(2) = 0$$

is :

(A) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^3)(4x-x^3)}{6t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(x-x^3)(4t-t^3)}{6t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^2)(x-x^3)}{t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(t-t^3)(x-x^2)}{t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{(1-t^2)(4x-x^3)}{t^2}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(1-x^2)(4t-t^3)}{t^2}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^3)(x-x^3)}{6t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(x-x^3)(t-t^3)}{6t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

84. परिसीमा मान समस्या

$$,y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y(\pi) = 0$$

के अभिलाक्षणिक मूल तथा अभिलाक्षणिक फलन हैं :

(A) $\lambda_n = n^2, \ \phi_n = \cos nx, \ n = 1, 2, 3......$

(B) $\lambda_n = n^2, \ \phi_n = \sin nx, \ n = 1, 2, 3......$

(C) $\lambda_n = (n-1)^2, \ \phi_n = \sin nx, \ n = 1, 2, 3......$

(D) $\lambda_n = (n-1)^2, \ \phi_n(x) = \cos nx, \ n = 1, 2, 3......$

85. परिसीमा मान समस्या

$$x^2y'' - 3xy' + 3y = 24x^5, \ y(1) = 0, \ y(2) = 0$$

के लिए ग्रीन फलन G(x, t) है :

(A) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^3)(4x-x^3)}{6t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(x-x^3)(4t-t^3)}{6t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(B) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^2)(x-x^3)}{t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(t-t^3)(x-x^2)}{t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(C) $\begin{cases} \dfrac{(1-t^2)(4x-x^3)}{t^2}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(1-x^2)(4t-t^3)}{t^2}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

(D) $\begin{cases} \dfrac{(t-t^3)(x-x^3)}{6t^3}, & 1 \le t \le x \\ \dfrac{(x-x^3)(t-t^3)}{6t^3}, & x \le t \le 2 \end{cases}$

86. The extremal of the functional :

$$J(y) = \int_0^1 (y' + 3y + 2x)\, dx, \;\; y(0) = 0, \;\; y(1) = 1$$

is :

(A) $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{4}x$

(B) $y = \frac{4}{3}x^2 + 4x$

(C) $y = \frac{1}{3}x^2 + x$

(D) $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{4}x$

87. For a conservative system, which one is false ?

(A) The generalized forces are derivable from potential energy

(B) The Lagrangian does not depend explicitly on time t

(C) The Hamiltonian is a constant of the motion

(D) None of the above

88. The variation method for boundary value problem, based on the wea form of differential equation is :

(A) Least square method

(B) Ritz method

(C) Galerkin method

(D) Collocation method

86. फलनक $J(y)=\int_0^1 (y'+3y+2x)\,dx,\ y(0)=0,\ y(1)=1$ का चरम मान है :

(A) $y=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}x$

(B) $y=\frac{4}{3}x^2+4x$

(C) $y=\frac{1}{3}x^2+x$

(D) $y=\frac{1}{3}x^2+\frac{1}{4}x$

87. एक संरक्षी तंत्र के लिए, कौनसा एक **असत्य** है ?

(A) स्थितिज ऊर्जा से व्यापक बल व्युत्पाद्य हैं

(B) समय t पर सुस्पष्ट रूप से, लैग्रान्जियन निर्भर नहीं करता है

(C) गति का अचर हैमिल्टोनियन है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

88. अवकल समीकरण की कमजोर (समाकल) रूप पर आधारित, परिसीमा मान समस्या के लिए रूपान्तर विधि है :

(A) न्यूनतम वर्ग प्रणाली
(B) रिट्स विधि
(C) गालेरकिन विधि
(D) कोलोकेशन विधि

89. Match the following into the weighted residual method for approximation function ϕ_i :

Methods		Weight Functions (w_i)
(*a*) Galerkin method	(1)	$w_i \neq \phi_i$
(*b*) Petrove-Galerkin method	(2)	$w_i = \phi_i$
(*c*) Collocation method	(3)	$w_i = \delta(x - x^i)$

The correct option is :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)
(A)	(2)	(1)	(3)
(B)	(1)	(2)	(3)
(C)	(1)	(3)	(2)
(D)	(3)	(2)	(1)

90. The extremal for $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + y^2)\, dx$, $y(0) = 1$, $y(1) =$ unspecific is :

(A) $\dfrac{e^x + e^{2+x}}{e^2 + 1}$

(B) $\dfrac{e^x - e^{2+x}}{e^2 + 1}$

(C) $\dfrac{e^x + e^{2-x}}{e^2 - 1}$

(D) $\dfrac{e^x + e^{2-x}}{e^2 + 1}$

91. Let $J(y) = \int_0^1 (3y^2 + x)\, dx + (y(0))^2$, where y is a continuous function on $0 \le x \le 1$. Let $y_0 = x$ and $h = x + 1$ on $0 \le x \le 1$. Then the veriation $\delta J(x, h)$ is equal to :

(A) 1

(B) 0

(C) 5

(D) 2

89. सन्निकटन फलन ϕ_i के लिए भारित अवशिष्ट विधि में, निम्न में मिलान कीजिए :

विधि	भारित फलन (w_i)
(*a*) गालेरकिन विधि	(1) $w_i \neq \phi_i$
(*b*) पेट्रोव-गालेरकिन विधि	(2) $w_i = \phi_i$
(*c*) कोलोकेशन विधि	(3) $w_i = \delta(x - x^i)$

सही विकल्प है :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)
(A)	(2)	(1)	(3)
(B)	(1)	(2)	(3)
(C)	(1)	(3)	(2)
(D)	(3)	(2)	(1)

90. $J(y) = \int_0^1 (y'^2 + y^2)\, dx,\ y(0) = 1,\ y(1)$ अस्पष्ट है, के लिए चरम मान है :

(A) $\frac{e^x + e^{2+x}}{e^2 + 1}$

(B) $\frac{e^x - e^{2+x}}{e^2 + 1}$

(C) $\frac{e^x + e^{2-x}}{e^2 - 1}$

(D) $\frac{e^x + e^{2-x}}{e^2 + 1}$

91. माना $J(y) = \int_0^1 (3y^2 + x)\, dx + (y(0))^2$, जहाँ y एक $0 \leq x \leq 1$ में संतत फलन है। माना $y_0 = x$ तथा $h = x + 1,\ x \in [0,1]$ में। तब रूपान्तर $\delta J(x, h)$:

(A) 1 के बराबर है

(B) 0 के बराबर है

(C) 5 के बराबर है

(D) 2 के बराबर है

92. Match the following :

System	Degree of freedom
(*a*) Flywhel	(1) -2
(*b*) A rod lying on a plane surface	(2) -3
(*c*) A particle on surface of sphere	(3) 1
(*d*) A pair of scissors lying on a table	(4) 4

The correct option is :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)
(A)	(1)	(2)	(3)	(4)
(B)	(3)	(1)	(4)	(2)
(C)	(3)	(2)	(1)	(4)
(D)	(4)	(2)	(3)	(1)

93. A spherical pendulum consisting of a particle of mass m moves under gravity on a smooth sphere of radius a. Which of the following is *not* true ?

(A) Degree of freedom is two

(B) Lagrangian $L = \frac{1}{2} ma^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\, \dot{\phi}^2) - mga\cos\theta$

(C) Equations of motion are $\ddot{\theta} - \sin\theta\cos\theta\dot{\phi}^2 + \frac{g}{a}\sin\theta = 0, \sin^2\theta\,\dot{\phi} = \text{constant}$

(D) Generalized co-ordinates is (r, θ, ϕ)

where θ is angle measured up from the downward vertical

92. निम्न का मिलान कीजिए :

तंत्र	स्वतंत्रता की कोटि
(*a*) लोहे का भारी चक्र	(1) – 2
(*b*) एक समतल पृष्ठ पर एक छड़	(2) – 3
(*c*) गोले के पृष्ठ पर एक कण	(3) 1
(*d*) कैंचियों का एक जोड़ा मेज पर	(4) 4

सही विकल्प है :

	(*a*)	(*b*)	(*c*)	(*d*)
(A)	(1)	(2)	(3)	(4)
(B)	(3)	(1)	(4)	(2)
(C)	(3)	(2)	(1)	(4)
(D)	(4)	(2)	(3)	(1)

93. एक गोलाकार दोलक जोकि एक m द्रव्यमान का कण रखता है, एक a त्रिज्या के मसृण गोले पर गुरुत्व के अन्तर्गत गति करता है। निम्न में से कौनसा **असत्य** है ?

(A) स्वतंत्रता की कोटि 2 है

(B) लैग्रान्जियन $L = \frac{1}{2}ma^2 (\dot{\theta}^2 + \sin^2\theta\, \dot{\phi}^2) - mga\cos\theta$

(C) गति के समीकरण हैं : $\ddot{\theta} - \sin\theta\cos\theta\dot{\phi}^2 + \frac{g}{a}\sin\theta = 0, \sin^2\theta\,\dot{\phi} = \text{constant}$

(D) व्यापक निर्देशांक (r, θ, ϕ) हैं

जहाँ θ एक कोण है जो नीचे से लम्बवत् मापा गया है।

94. The Hamiltonian for a particle of mass m moving in a plane with potential energy $V(x, y)$ is :

(A) $H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) - V(x, y)$

(B) $H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + V(x, y)$

(C) $H = \frac{m}{2}(p_x^2 + p_y^2) + V(x, y)$

(D) $H = \frac{m}{2}(p_x^2 + p_y^2) - V(x, y)$

95. The particular solution of equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 2y + x^2$ is :

(A) x^2y

(B) $-x^2y$

(C) xy^2

(D) $-xy^2$

96. Consider the partial differential equation :

$$yu_{xx} - yu_{xy} + x^2u_{yy} = 0$$

Statement I : Above equation is hyperbolic for $y(y-4x^2) > 0$

Statement II : Above equation is parabolic for $y = 4x^2$

Statement III : Above equation is elliptic for $y(y-4x^2) < 0$

The correct option is :

(A) I, II are true but not III

(B) I, III are true but not II

(C) II, III are true but not I

(D) I, II, III are true

94. $V(x, y)$ स्थितिज ऊर्जा के साथ एक समतल में घूमते (गति करते हुए) हुए m द्रव्यमान के कण का हैमिल्टोनियन है :

(A) $H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) - V(x, y)$

(B) $H = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2) + V(x, y)$

(C) $H = \frac{m}{2}(p_x^2 + p_y^2) + V(x, y)$

(D) $H = \frac{m}{2}(p_x^2 + p_y^2) - V(x, y)$

95. समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial z}{\partial y} = 2y + x^2$ का विशेष हल है :

(A) x^2y

(B) $-x^2y$

(C) xy^2

(D) $-xy^2$

96. माना आंशिक अवकल समीकरण :

$$yu_{xx} - yu_{xy} + x^2u_{yy} = 0$$

कथन I : उपर्युक्त समीकरण अतिपरवलय है $y(y - 4x^2) > 0$ के लिए

कथन II : उपर्युक्त समीकरण परवलय है $y = 4x^2$ के लिए

कथन III : उपर्युक्त समीकरण दीर्घवृत्तीय है $y(y - 4x^2) < 0$ के लिए

सही विकल्प है :

(A) I, II सत्य हैं लेकिन III नहीं

(B) I, III सत्य हैं लेकिन II नहीं

(C) II, III सत्य हैं लेकिन I नहीं

(D) I, II, III सत्य हैं

97. The compute integral of the partial differential equation $zpq = p + q$, $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ is :

(A) $z^2 = 2(a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(B) $z = (a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(C) $z^2 = \frac{1}{2}\,(a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(D) $z = (a+1)\,(x + \frac{y}{2a}) + b$

(a, b are arbitrary constants)

98. The solution of the wave equation $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, $-\infty < x < \infty$, $t > 0$, $c \neq 0$, $u(x, 0) = 0$, $u_t(x, 0) = \cos x$ is :

(A) $\frac{1}{c}.\,[\sin(x+ct) - \sin(x-ct)]$

(B) $\frac{1}{2c}[\sin(x+ct) + \sin(x-ct)]$

(C) $\frac{1}{2c}[\sin(x+ct) - \sin(x-ct)]$

(D) $\frac{1}{c}[\sin(x-ct) - \sin(x+ct)]$

97. आंशिक अवकल समीकरण $zpq = p + q$, $p = \frac{\partial z}{\partial x}$, $q = \frac{\partial z}{\partial y}$ का पूर्ण समाकल है :

(A) $z^2 = 2(a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(B) $z = (a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(C) $z^2 = \frac{1}{2}\,(a+1)\,(x + \frac{y}{a}) + b$

(D) $z = (a+1)\,(x + \frac{y}{2a}) + b$

(a, b स्वैच्छिक अचर हैं)

98. तरंग समीकरण $u_{tt} - c^2 u_{xx} = 0$, $-\infty < x < \infty$, $t > 0$, $c \neq 0$, $u(x, 0) = 0$, $u_t(x, 0) = \cos x$ का हल है :

(A) $\frac{1}{c}.\,[\sin(x + ct) - \sin(x - ct)]$

(B) $\frac{1}{2c}[\sin(x + ct) + \sin(x - ct)]$

(C) $\frac{1}{2c}[\sin(x + ct) - \sin(x - ct)]$

(D) $\frac{1}{c}[\sin(x - ct) - \sin(x + ct)]$

99. The solution of IVP, $tu_x + xu_x = u$, $-\infty < x < \infty$, $0 < t$, $u(x, x^2) = 1$ is :

(A) $u(x, t) = x^2 t$

(B) $u(x, t) = x^2 / t^2$

(C) $u(x, t) = t / x^2$

(D) $u(x, t) = x^2 / t$

100. The solution of equation $\left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 2\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + 2\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}\right) = e^{x+y}$ is :

(A) $f_1(x+y) + f_2(x-y) + f_3(x-2y) - \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(B) $f_1(x-y) + f_2(x+y) + f_3(2x-y) - \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(C) $f_1(x+y) + f_2(x-y) + f_3(x-2y) + \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(D) $f_1(x-y) + f_2(x+y) + f_3(x-2y) + \frac{1}{2} x e^{x-y}$

(f_1, f_2, f_3 being arbitrary functions)

99. प्रारम्भिक मान समस्या (प्रामास) $tu_x + xu_x = u$, $-\infty < x < \infty$, $0 < t$, $u(x, x^2) = 1$ का हल है :

(A) $u(x, t) = x^2 t$

(B) $u(x, t) = x^2 / t^2$

(C) $u(x, t) = t / x^2$

(D) $u(x, t) = x^2 / t$

100. समीकरण $\left(\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} - 2\frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} - \frac{\partial^3 z}{\partial x \partial y^2} + 2\frac{\partial^3 z}{\partial y^3}\right) = e^{x+y}$ का हल है :

(A) $f_1(x+y) + f_2(x-y) + f_3(x-2y) - \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(B) $f_1(x-y) + f_2(x+y) + f_3(2x-y) - \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(C) $f_1(x+y) + f_2(x-y) + f_3(x-2y) + \frac{1}{2} x e^{x+y}$

(D) $f_1(x-y) + f_2(x+y) + f_3(x-2y) + \frac{1}{2} x e^{x-y}$

(f_1, f_2, f_3 स्वैच्छिक फलन हैं)

Group-B

41. For Platykurtic curve :

(A) $\beta_2 = 3$ (B) $\beta_2 > 3$

(C) $\beta_2 < 3$ (D) $\beta_2 = 0$

42. The approximate relationship between mean, median and mode is :

(A) Mean = Median + $\frac{1}{3}$(Mean – Mode)

(B) Mean = $\frac{1}{3}$Median + (Mean – Mode)

(C) Mean = Median – $\frac{1}{3}$(Mean – Mode)

(D) Mean = $\frac{1}{2}$Median + $\frac{1}{3}$(Mean – Mode)

43. Quartile deviation (Q.D.) is given by :

(A) Q.D. = $\frac{Q_3 + Q_1}{2}$ (B) Q.D. = $Q_3 - Q_1$

(C) Q.D. = $\frac{Q_3 - Q_1}{2}$ (D) Q.D. = $Q_3 + Q_1$

where Q_1 = lower quartile

Q_3 = upper quartile

44. Variance is independent of :

(A) Change of origin but not of scale

(B) Change of origin and scale

(C) Change of scale

(D) Change of scale but not of origin

समूह-B

41. सपाटककुदी वक्र के लिए :

(A) $\beta_2 = 3$ (B) $\beta_2 > 3$

(C) $\beta_2 < 3$ (D) $\beta_2 = 0$

42. माध्य, माध्यिका और बहुलक के बीच लगभग सही अनुमानित संबंध है :

(A) माध्य = माध्यिका + $\frac{1}{3}$(माध्य − बहुलक)

(B) माध्य = $\frac{1}{3}$माध्यिका + (माध्य − बहुलक)

(C) माध्य = माध्यिका − $\frac{1}{3}$(माध्य − बहुलक)

(D) माध्य = $\frac{1}{2}$माध्यिका + $\frac{1}{3}$(माध्य − बहुलक)

43. चतुर्थक विचलन (Q.D.) इस प्रकार दिया जाता है :

(A) $Q.D. = \frac{Q_3 + Q_1}{2}$ (B) $Q.D. = Q_3 - Q_1$

(C) $Q.D. = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ (D) $Q.D. = Q_3 + Q_1$

जहाँ Q_1 = निम्न चतुर्थक
Q_3 = उच्च चतुर्थक

44. प्रसरण स्वतंत्र है :

(A) मूल-बिन्दु के परिवर्तन से लेकिन स्केल के परिवर्तन से नहीं

(B) मूल-बिन्दु और स्केल के परिवर्तन से

(C) स्केल के परिवर्तन से

(D) स्केल के परिवर्तन से लेकिन मूल-बिन्दु के परिवर्तन से नहीं

45. The limits for coefficient of skewness based on Quartiles (Bowley's coefficient of skewness) are :

(A) (–1, 1)
(B) (–3, 3)
(C) (0, 1)
(D) (0, 3)

46. Consider families with 3 children and assume that all eight possible combinations BBB, BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB, GGG, where B stands for a boy and G for a girl, are equally likely. If the events E and F be :

E = {a randomly chosen family has at most one girl}

F = {the family has children of both sexes},

then the events E and F are :

(A) mutually exclusive and independent

(B) mutually exclusive but not independent

(C) independent but not mutually exclusive

(D) neither mutually exclusive nor independent

47. Suppose that there is a chance for a newly constructed building to collapse, whether the design is faulty or not. The chance that the design is faulty is 10%. The chance that the building collapses is 95% if the design is faulty and otherwise it is 45%. If it is seen that the building has collapsed, then the probability that it is due to faulty design is :

(A) 0.10
(B) 0.19
(C) 0.45
(D) 0.95

45. चतुर्थकों पर आधारित वैषम्य गुणांक की सीमाएँ (बॉउले का वैषम्य गुणांक) हैं :

(A) (–1, 1) (B) (–3, 3)

(C) (0, 1) (D) (0, 3)

46. 3 बच्चों वाले परिवारों पर विचार कीजिए और मान लीजिए कि सभी आठ संभव संयोग BBB, BBG, BGB, GBB, BGG, GBG, GGB, GGG, समप्रायिक हैं, जहाँ B एक लड़के का और G एक लड़की का प्रतीक है। यदि घटनाएँ E और F इस प्रकार हैं :

E = {एक यादृच्छिकत: चुने हुए परिवार में ज्यादा से ज्यादा एक लड़की है}

F = {परिवार में दोनों लिंगों के बच्चे हैं},

तब घटनाएँ E और F हैं :

(A) परस्पर अपवर्जी और स्वतंत्र

(B) परस्पर अपवर्जी किन्तु स्वतंत्र नहीं

(C) स्वतंत्र किन्तु परस्पर अपवर्जी नहीं

(D) न तो परस्पर अपवर्जी और न ही स्वतंत्र

47. मान लीजिए कि एक नवनिर्मित इमारत के ढह जाने के लिए संयोग है, चाहे उसकी बनावट दोषपूर्ण है या नहीं। बनावट के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता 10% है। इमारत के ढह जाने की प्रायिकता 95% है यदि उसकी बनावट दोषपूर्ण है, अन्यथा यह 45% है। यदि यह देखा गया कि इमारत ढह गई है, तब इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि यह दोषपूर्ण बनावट के कारण है ?

(A) 0.10 (B) 0.19

(C) 0.45 (D) 0.95

48. If the number of items produced in a factory during a week is a random variable with mean 100 and variance 400, then the probability that this week's production will be at least 130 is :

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $\frac{4}{9}$

(C) $\leq \frac{1}{2}$

(D) $\leq \frac{4}{9}$

49. Let $X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots$ be a sequence of independent and identically distributed Chi-square random variables, each having 4 degrees of freedom. Define $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$, $n = 1, 2, \ldots\ldots\ldots$. If $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{p} \mu$, as $n \to \infty$, then $\mu =$

(A) 8

(B) 16

(C) 24

(D) 32

50. The value of $\lim_{n \to \infty} \sum_{j=n}^{4n} \binom{4n}{j} \left(\frac{1}{4}\right)^j \left(\frac{3}{4}\right)^{4n-j}$ equals :

(A) 0

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{3}{4}$

51. A Markov chain $\{X_n : n \geq 0\}$ defined on a finite state space S with stationary transition probability matrix. Given that chain is not irreducible. Then the Markov chain :

(A) admits a unique stationary distribution

(B) cannot admit exactly two stationary distributions

(C) may not admit any stationary distribution

(D) admits infinitely many stationary distributions

48. यदि एक फैक्टरी में एक सप्ताह के दौरान उत्पादित वस्तुओं की संख्या एक यादृच्छिक चर है, माध्य 100 और प्रसरण 400 के साथ, तब इस बात की प्रायिकता क्या होगी कि इस सप्ताह का उत्पादन कम से कम 130 होगा ?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{4}{9}$

(C) $\leq \frac{1}{2}$ (D) $\leq \frac{4}{9}$

49. मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots$ स्वतंत्र और सर्वथा बंटित 4 स्वातंत्र्य कोटियों वाले काई-वर्ग यादृच्छिक चरों का एक अनुक्रम है। निश्चित कीजिए कि $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i^2$, $n = 1, 2, \ldots$ है। यदि $\frac{S_n}{n} \xrightarrow{p} \mu$, जबकि $n \to \infty$, तब μ बराबर होगा :

(A) 8 (B) 16

(C) 24 (D) 32

50. $\lim_{n \to \infty} \sum_{j=n}^{4n} \binom{4n}{j} \left(\frac{1}{4}\right)^j \left(\frac{3}{4}\right)^{4n-j}$ का मान बराबर है :

(A) 0 (B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{3}{4}$

51. एक मार्कोव श्रृंखला $\{X_n : n \geq 0\}$ स्तब्ध संक्रमण प्रायिकता आव्यूह के साथ एक परिमित अवस्था समष्टि S पर परिभाषित है। दिया गया है कि श्रृंखला अलघुकरणीय नहीं है। तब मार्कोव श्रृंखला :

(A) केवल एक स्तब्ध बंटन रखती है

(B) यथातथ दो स्तब्ध बंटनों को नहीं रख सकती

(C) कोई भी स्तब्ध बंटन नहीं रख सकती

(D) अपरिमिततः कई स्तब्ध बंटनों को रख सकती है

52. Girls arrive in a queue according to a Poisson process with rate λ_1 and boys arrive in the same queue according to another Poisson process with rate λ_2. The arrivals of girls and boys are independent. The probability that the first arrival in the queue is a girl is :

(A) $\frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}$ (B) $\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

(C) $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ (D) $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

53. Consider a Markov chain $\{X_n : n \geq 0\}$ on the state space $\{0, 1\}$ with transition probability matrix P. Which of the following statements is necessarily *true* ?

(A) When $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lim\limits_{n \to \infty} P_v[X_n = i]$ converges for $i = 0, 1$, but the limits depend on the initial distribution v

(B) When $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lim\limits_{n \to \infty} P_v[X_n = 1]$ exists and is positive for all choices of the initial distribution v

(C) When $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lim\limits_{n \to \infty} P_v[X_n = 0]$ does not exist for any choice of the initial distribution v

(D) With $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lim\limits_{n \to \infty} P_v[X_n = 0]$ always exists, but may be zero for some choice of the initial distribution v

52. लड़कियाँ एक पंक्ति में λ_1 दर के साथ प्वासों प्रक्रम के तहत आती हैं और लड़के उसी पंक्ति में λ_2 दर के साथ एक अन्य प्वासों प्रक्रम के तहत आते हैं। लड़कियों और लड़कों का आगमन स्वतंत्र है। पंक्ति में पहला आगमन लड़की के होने की प्रायिकता है :

(A) $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2}$

(B) $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$

(C) $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}$

(D) $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}$

53. संक्रमण प्रायिकता आव्यूह P के साथ अवस्था समष्टि {0, 1} पर एक मार्कोव शृंखला $\{X_n : n \geq 0\}$ पर विचार कीजिए। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा आवश्यक रूप से **सही** है ?

(A) जब $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lim_{n \to \infty} P_v[X_n = i]$ अभिसारित होती है $i = 0; 1$ के लिए, लेकिन सीमाएँ प्रारंभिक बंटन v पर निर्भर करती हैं

(B) जब $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lim_{n \to \infty} P_v[X_n = 1]$ अस्तित्व में होता है और धनात्मक होता है, प्रारंभिक बंटन v के सभी चयन के लिए

(C) जब $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\lim_{n \to \infty} P_v[X_n = 0]$ प्रारंभिक बंटन v के किसी भी चयन के लिए अस्तित्व में नहीं रहता है

(D) जब $P = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\lim_{n \to \infty} P_v[X_n = 0]$ हमेशा अस्तित्व में रहता है, लेकिन प्रारंभिक बंटन v के कुछ चयन के लिए शून्य हो सकता है

54. While calculating equilibrium probabilities for a Markov process, it is assumed that :

(A) Transition probabilities do not change

(B) There is a single non-absorbing state

(C) There is a single absorbing state

(D) None of the above

55. In three independent throws of a fair die, let X denote the number of upper faces showing six. Then the value of $E(3 - X)^2$ is :

(A) $\frac{20}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{5}{12}$

56. Suppose that the five random variables $X_1, X_2, ..., X_5$ are independent and each has standard normal distribution. A constant C such that the random variable $\frac{C(X_1 + X_2)}{\left(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2\right)^{1/2}}$ will have a *t*-distribution has value :

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

57. If X is normally distributed with mean μ and variance 1 and Y^2 is independently distributed, as central χ^2 with f degrees of freedom, then the value of :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} y^{f-2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) + \mu x\right) dy^2 \cdot dx$$

is :

(A) $\left\lceil\frac{f}{2}\right. 2^{\frac{1}{2}(\mu + 1)}$ (B) $\left\lceil\frac{f}{2}\right. 2^{\frac{1}{2}(f + 1)} \sqrt{\pi}\, e^{\frac{1}{2}\mu^2}$

(C) $\sqrt{\pi}\, e^{\frac{1}{2}\mu^2}$ (D) None of these

54. एक मार्कोव प्रक्रम की संतुलित प्रायिकताओं का परिकलन करते हुए यह मान लिया जाता है कि :

(A) संक्रमण प्रायिकताएँ नहीं बदलती हैं

(B) यहाँ केवल एक अनवशोषी अवस्था होती है

(C) यहाँ केवल एक अवशोषी अवस्था होती है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

55. एक निष्पक्ष पाँसे की तीन स्वतंत्र उछालों में, मान लीजिए छः दर्शाने वाले ऊपरी फलकों की संख्या को X से निर्दिष्ट करते हैं। तब $E(3 - X)^2$ का मान है :

(A) $\frac{20}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$

(C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{5}{12}$

56. मान लीजिए पाँच यादृच्छिक चर $X_1, X_2, ..., X_5$ स्वतंत्र हैं और प्रत्येक बंटन मानक प्रसामान्य है। एक स्थिर C, जबकि यादृच्छिक चर $\frac{C(X_1 + X_2)}{\left(X_3^2 + X_4^2 + X_5^2\right)^{1/2}}$ बंटित होगा t-बंटन से, का मान होगा :

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

(C) $\frac{3}{2}$ (D) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

57. यदि X प्रसामान्यत: बंटित हो माध्य μ और प्रसरण 1 के साथ, और Y^2 स्वतंत्रत: बंटित है केंद्रीय काई-वर्ग के अनुसार f स्वातंत्र्य कोटियों के साथ, तब

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{0}^{\infty} y^{f-2} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(x^2 + y^2\right) + \mu x\right) dy^2 \cdot dx$$

का मान होगा :

(A) $\left\lceil\frac{f}{2}\right. 2^{\frac{1}{2}(\mu+1)}$ (B) $\left\lceil\frac{f}{2}\right. 2^{\frac{1}{2}(f+1)} \sqrt{\pi}\, e^{\frac{1}{2}\mu^2}$

(C) $\sqrt{\pi}\, e^{\frac{1}{2}\mu^2}$ (D) इनमें से कोई नहीं

58. The pdf of sample range W for a sample of size 3 drawn from uniform distribution over $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ is :

(A) $\frac{9}{2}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

(B) $\frac{2}{3}w(1 - w),\ 0 < w < 1$

(C) $\frac{2}{9}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

(D) $\frac{3}{2}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

59. Let $X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots, X_5$ be a random sample of size 5 from a population having standard normal distribution. Let $\bar{X} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} X_i$ and $T = \sum_{i=1}^{5} \left(X_i - \bar{X}\right)^2$. Then $E\left(T^2\bar{X}^2\right)$ is equal to :

(A) 3.0

(B) 3.6

(C) 4.8

(D) 5.2

60. Consistent estimators are :

(A) not unique and not invariant

(B) not unique and invariant

(C) unique and invariant

(D) unique and not invariant

61. If $\bar{X}$ and $\bar{Y}$ are the means of independent random samples of sizes '*n*' and '*m*' from normal populations with known variances σ_X^2 and σ_Y^2, the $100(1 - \alpha)\%$ confidence limits for difference of population means $(\mu_X - \mu_Y)$ are :

(A) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}$

(B) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\left(\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\right)$

(C) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} - \frac{\sigma_Y^2}{m}}$

(D) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\left(\frac{\sigma_X^2}{n} - \frac{\sigma_Y^2}{m}\right)$

58. $\left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$ पर एकसमान बंटन से निकाले गये आमाप 3 के एक प्रतिदर्श के लिए प्रतिदर्श परास W का pdf है :

(A) $\frac{9}{2}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

(B) $\frac{2}{3}w(1 - w),\ 0 < w < 1$

(C) $\frac{2}{9}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

(D) $\frac{3}{2}w(3 - w),\ 0 < w < 3$

59. मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots\ldots\ldots, X_5$ मानक प्रसामान्य बंटन वाली एक समष्टि से आमाप 5 का एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है। मान लीजिए $\bar{X} = \frac{1}{5}\sum_{i=1}^{5} X_i$ और $T = \sum_{i=1}^{5} \left(X_i - \bar{X}\right)^2$ है। तब $E\left(T^2\bar{X}^2\right)$ किसके बराबर है ?

(A) 3.0

(B) 3.6

(C) 4.8

(D) 5.2

60. संगत आकलक हैं :

(A) एकमात्र नहीं और अपरिवर्तनीय नहीं

(B) एकमात्र और अपरिवर्तनीय

(C) एकमात्र नहीं और अपरिवर्तनीय

(D) एकमात्र और अपरिवर्तनीय नहीं

61. यदि $\bar{X}$ और $\bar{Y}$ प्रसामान्य समष्टियों, जिनके प्रसरण σ_X^2 और σ_Y^2 ज्ञात हैं, से लिये गये 'n' और 'm' आमाप वाले स्वतंत्र यादृच्छिक प्रतिदर्शों के माध्य हैं, तो समष्टि माध्यों के अंतर $(\mu_X - \mu_Y)$ के लिए $100(1 - \alpha)\%$ विश्वास्यता सीमाएँ हैं :

(A) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}}$

(B) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\left(\frac{\sigma_X^2}{n} + \frac{\sigma_Y^2}{m}\right)$

(C) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_X^2}{n} - \frac{\sigma_Y^2}{m}}$

(D) $\left(\bar{X} - \bar{Y}\right) \mp Z_{\alpha/2}\left(\frac{\sigma_X^2}{n} - \frac{\sigma_Y^2}{m}\right)$

62. Let $X_1, X_2, \dots\dots\dots, X_n$ be random sample from $N(\mu, \sigma^2)$, then M.P. critical region of size α for testing $H_0 : \theta = \theta_0$ against $H_1 : \theta = \theta_1\ (> \theta_0)$ is :

(A) $C = \left\{ \underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 + \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right\}$

(B) $C = \left\{ \underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 - \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}} \right\}$

(C) $C = \left\{ \underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 + \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{n} \right\}$

(D) $C = \left\{ \underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 - \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{n} \right\}$

63. If $O_i (i = 1, 2, \dots\dots\dots n)$ is a set of observed frequencies and $E_i (i = 1, 2, \dots\dots\dots, n)$ is the corresponding set of expected frequencies, then

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

follows :

(A) Chi-square with n d.f.

(B) Chi-square with $(n - 1)$ d.f.

(C) Chi-square with $(n - 2)$ d.f.

(D) Chi-square with $(n - 1)^2$ d.f.

64. Which of the following statements is *true* ?

(A) Consistent and unbiased estimators are unique

(B) Sufficient and consistent estimators are unique

(C) Consistent and unbiased estimators are not unique

(D) Unbiased and sufficient estimators are unique

65. In Wald-Wolfowitz Runs Test, let r be the number of runs in combined sample of m x's and n y's and if 'm' and 'n' are both large, then under H_0 : two independent samples have been drawn from same population :

(A) $E(r) = \frac{2mn}{m - n} + 1$

(B) $E(r) = \frac{2mn}{m + n} + 1$

(C) $E(r) = \frac{2mn}{m + n} - 1$

(D) $E(r) = \frac{2mn}{m - n} - 1$

62. मान लीजिए $X_1, X_2, \ldots\ldots, X_n$, $N(\mu, \sigma^2)$ से एक यादृच्छिक प्रतिदर्श है, तब $H_1 : \theta = \theta_1 \, (> \theta_0)$ के विरुद्ध $H_0 : \theta = \theta_0$ के परीक्षण के लिए आमाप α का शक्ततम (M.P.) क्रांतिक क्षेत्र है :

(A) $C = \left\{\underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 + \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}}\right\}$

(B) $C = \left\{\underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 - \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{\sqrt{n}}\right\}$

(C) $C = \left\{\underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 + \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{n}\right\}$

(D) $C = \left\{\underset{\sim}{x} \mid \bar{x} > \theta_0 - \sigma \cdot \frac{Z_\alpha}{n}\right\}$

63. यदि $O_i (i = 1, 2, \ldots\ldots n)$ प्रेक्षित बारंबारताओं का एक समुच्चय है और $E_i (i = 1, 2, \ldots\ldots, n)$ प्रत्याशित बारंबारताओं का संगत समुच्चय है, तब

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

अनुसरण करता है :

(A) काई-वर्ग n d.f. के साथ

(B) काई-वर्ग $(n - 1)$ d.f. के साथ

(C) काई-वर्ग $(n - 2)$ d.f. के साथ

(D) काई-वर्ग $(n - 1)^2$ d.f. के साथ

64. निम्नलिखित कथनों में से कौनसा **सही** है ?

(A) संगत और अनभिनत आकलक एकमात्र होते हैं

(B) पर्याप्त और संगत आकलक एकमात्र होते हैं

(C) संगत और अनभिनत आकलक एकमात्र नहीं होते हैं

(D) अनभिनत और पर्याप्त आकलक एकमात्र होते हैं

65. वॉल्ड-वुल्फ़ोवित्ज़ परम्परा परीक्षण में, मान लीजिए कि m x's और n y's के संयुक्त प्रतिदर्श में परम्पराओं की संख्या r है और यदि 'm' और 'n' दोनों वृहत् हैं, तब H_0 : दो स्वतंत्र प्रतिदर्श एक ही समष्टि से निकाले गये हैं, के तहत :

(A) $E(r) = \frac{2mn}{m - n} + 1$

(B) $E(r) = \frac{2mn}{m + n} + 1$

(C) $E(r) = \frac{2mn}{m + n} - 1$

(D) $E(r) = \frac{2mn}{m - n} - 1$

66. Paired sample sign test is a test for :

(A) median differences
(B) difference of medians
(C) mean differences
(D) difference of means

67. For given paired observations (x_i, y_i); $i = 1, 2, \ldots, n$, let d_i = difference between ranks of x_i and y_i. The rank correlation coefficient (r) is :

(A) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n\left(n^2-1\right)}$

(B) $r = 1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n\left(n^2-1\right)}$

(C) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{\left(n^2-1\right)}$

(D) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n-1)}$

68. Using Kruskal-Wallis one-way analysis of variance by ranks to test the hypothesis whether 'C' independent samples are from different populations, if :

n_K = no. of cases in Kth sample, $N = \sum_{K=1}^{C} n_K$

R_K = sum of ranks in Kth sample

$\bar{R}_K$ = average of ranks in Kth sample

then the KW (Kruskal-Wallis) statistic is :

(A) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] - 3(N+1)$

(B) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] + 3(N+1)$

(C) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] + 3(N-1)$

(D) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] - 3N$

66. युग्मित प्रतिदर्श चिह्न परीक्षण किसके परीक्षण के लिए है ?

(A) अन्तरों की माध्यिका के लिए
(B) माध्यिकाओं के अंतर के लिए
(C) अंतरों के माध्य के लिए
(D) माध्यों के अंतर के लिए

67. दिये गये युग्मित प्रेक्षणों (x_i, y_i); $i = 1, 2, ..., n$, के लिए, मान लीजिए $d_i = x_i$ और y_i की कोटियों के बीच अन्तर है। तब कोटि सहसंबंध गुणांक (r) है :

(A) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)}$

(B) $r = 1 - \dfrac{\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n\left(n^2 - 1\right)}$

(C) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{\left(n^2 - 1\right)}$

(D) $r = 1 - \dfrac{6\sum_{i=1}^{n} d_i^2}{n(n - 1)}$

68. "क्या 'C' स्वतंत्र प्रतिदर्श भिन्न-भिन्न समष्टियों से लिये गये हैं" परिकल्पना का परीक्षण करने के लिए, कोटियों द्वारा क्रुस्कल-वालिस एकधा प्रसरण विश्लेषण का प्रयोग करते हुए, यदि

n_K = Kवें प्रतिदर्श में केसों की संख्या, $N = \sum_{K=1}^{C} n_K$

R_K = Kवें प्रतिदर्श में कोटियों का योगफल

$\bar{R}_K$ = Kवें प्रतिदर्श में कोटियों का औसत

तब KW (क्रुस्कल-वालिस) प्रतिदर्शज है :

(A) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] - 3(N+1)$

(B) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] + 3(N+1)$

(C) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] + 3(N-1)$

(D) $KW = \left[\dfrac{12}{N(N+1)} \sum_{K=1}^{C} n_K \bar{R}_K^2\right] - 3N$

69. Under the assumptions of Mann-Whitney U-test, if

$$U_1 = W_1 - \frac{n(n+1)}{2}, \; W_1 = \text{sum of ranks of values of first sample}$$

and $U_2 = W_2 - \frac{m(m+1)}{2}$, W_2 = sum of ranks of values of second sample

and n = size of first sample, m = size of second sample.

Then U_1 and U_2 are values of random variables having mean and variance as :

(A) mean $= \frac{nm}{2}$, variance $= \frac{nm(n+m+1)}{12}$

(B) mean $= \frac{nm}{4}$, variance $= \frac{nm(n+m-1)}{12}$

(C) mean $= \frac{nm}{4}$, variance $= \frac{nm(n-m+1)}{12}$

(D) mean $= \frac{nm}{4}$, variance $= \frac{nm(n-m-1)}{12}$

70. For the classical linear regression model :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i; \; i = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

the assumptions are :

(A) $E(u_i) = 0 \; \forall \; i$; $E(u_i u_j) = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ \sigma_u^2; & i = j \end{cases}$

(B) X_i's are fixed numbers

(C) The number of observations must be greater than number of parameters to be estimated

(D) All of the above

69. मैन-व्हिटनी U-परीक्षण की कल्पनाओं के अन्तर्गत, यदि

$U_1 = W_1 - \dfrac{n(n+1)}{2}$, W_1 = प्रथम प्रतिदर्श के मानों की कोटियों का योग

और $U_2 = W_2 - \dfrac{m(m+1)}{2}$, W_2 = द्वितीय प्रतिदर्श के मानों की कोटियों का योग

और n = प्रथम प्रतिदर्श का आमाप, m = द्वितीय प्रतिदर्श का आमाप

तब U_1 और U_2 उन यादृच्छिक चरों के मान हैं जिनके माध्य और प्रसरण इस प्रकार हैं :

(A) माध्य = $\dfrac{nm}{2}$, प्रसरण = $\dfrac{nm(n+m+1)}{12}$

(B) माध्य = $\dfrac{nm}{4}$, प्रसरण = $\dfrac{nm(n+m-1)}{12}$

(C) माध्य = $\dfrac{nm}{4}$, प्रसरण = $\dfrac{nm(n-m+1)}{12}$

(D) माध्य = $\dfrac{nm}{4}$, प्रसरण = $\dfrac{nm(n-m-1)}{12}$

70. चिरप्रतिष्ठित रैखिक समाश्रयण मॉडल

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i;\ i = 1, 2, \ldots\ldots, n$$

के लिए कल्पनाएँ इस प्रकार हैं :

(A) $E(u_i) = 0\ \forall\ i;\ E(u_i u_j) = \begin{cases} 0; & i \neq j \\ \sigma_u^2; & i = j \end{cases}$

(B) X_i's स्थिर संख्याएँ हैं

(C) प्रेक्षणों की संख्या आकलित किये जाने वाले प्राचलों की संख्या से जरूर अधिक होनी चाहिए

(D) उपर्युक्त सभी

71. Under the usual assumptions of classical regression model, the least squares estimators of regression parameters are :

(A) linear

(B) unbiased

(C) have minimum variance in the class of all such linear unbiased estimators

(D) All of the above

72. For the normal regression model :

$$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i, \text{ where } u_i \sim N(0, \sigma^2);\ i = 1, 2, \ldots\ldots\ldots, n$$

and $\hat{\sigma}^2$ is unbiased estimator of σ^2 and

$\hat{\beta}$ is unbiased estimator of β and

if $x_i = X_i - \bar{X}$, $y_i = Y_i - \bar{Y}$; 95% confidence limits for β are :

(A) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\Sigma x_i^2}}$

(B) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\sqrt{\Sigma x_i^2}}$

(C) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}}{\Sigma x_i^2}$

(D) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\Sigma x_i^2}$

73. In the Gauss-Markov linear model :

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u} \text{ with } E(\underset{\sim}{u}) = (\underset{\sim}{0}) \text{ (null vector)}$$

$$\text{and } E(\underset{\sim}{u}\underset{\sim}{u}') = \sigma^2 I_n$$

$$\text{and } X = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{pmatrix}$$

If some of X_{ij} values are values of indicator variables while other are values of independent variables, the model is called :

(A) Analysis of variance model

(B) Analysis of covariance model

(C) Regression model

(D) Fixed effects model

71. चिरप्रतिष्ठित समाश्रयण मॉडल की सामान्य अभिधारणाओं के तहत, समाश्रयण प्राचलों के न्यूनतम वर्ग आकलक होते हैं :

(A) रैखिक

(B) अनभिनत

(C) ऐसी सभी रैखिक अनभिनत आकलकों के वर्ग में न्यूनतम प्रसरण वाले होते हैं

(D) उपर्युक्त सभी

72. प्रसामान्य समाश्रयण मॉडल के लिए :

$Y_i = \alpha + \beta X_i + u_i,$ जहाँ $u_i \sim N(0, \sigma^2); \; i = 1, 2, \ldots\ldots, n$

और $\hat{\sigma}^2$ अनभिनत आकलक है σ^2 का और $\hat{\beta}$ अनभिनत आकलक है β का और यदि $x_i = X_i - \bar{X}$, $y_i = Y_i - \bar{Y}$; तब β के लिए 95% विश्वास्यता सीमाएँ हैं :

(A) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\Sigma x_i^2}}$

(B) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\sqrt{\Sigma x_i^2}}$

(C) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}}{\Sigma x_i^2}$

(D) $\hat{\beta} \pm t_{0.025} \dfrac{\hat{\sigma}^2}{\Sigma x_i^2}$

73. गाउस-मार्कोव रैखिक मॉडल में,

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u} \text{ जहाँ } E(\underset{\sim}{u}) = (\underset{\sim}{0}) \text{ (शून्य सदिश)}$$

$$\text{और } E(\underset{\sim}{u}\underset{\sim}{u}') = \sigma^2 I_n$$

$$\text{और } \underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1p} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{np} \end{pmatrix}$$

यदि कुछ X_{ij} मान सूचक चरों के मान हैं जबकि अन्य स्वतंत्र चरों के मान हैं, तब मॉडल को कहा जाता है :

(A) प्रसरण विश्लेषण मॉडल

(B) सहप्रसरण विश्लेषण मॉडल

(C) समाश्रयण मॉडल

(D) नियत-प्रभाव मॉडल

74. For the Gauss-Markov model :

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u} \text{ with } E(\underset{\sim}{u}) = (\underset{\sim}{0}) \text{ (null vector)}$$

$$\text{and } E(\underset{\sim}{u}\underset{\sim}{u}') = \sigma^2 I_n$$

The best estimator of any estimable function $\underset{\sim}{l}'\underset{\sim}{\beta}$ must be of the form $\underset{\sim}{q}'X'\underset{\sim}{Y}$, $\underset{\sim}{q}' = (q_1, q_2, \text{........}, q_p)$ and satisfies the equation :

(A) $\underset{\sim}{q}'X'X = \underset{\sim}{l}'$

(B) $\underset{\sim}{q}'X = \underset{\sim}{l}'$

(C) $\underset{\sim}{q}X' = \underset{\sim}{l}'$

(D) $\underset{\sim}{q}'X = \underset{\sim}{l}$

75. Let $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, \text{........}, X_p)'$, $\underset{\sim}{\mu} = E(\underset{\sim}{X})$ and $\Sigma = V(\underset{\sim}{X})$. Let $\underset{\sim}{X}$, $\underset{\sim}{\mu}$ and Σ be partitioned as :

$$\underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} \underset{\sim}{X}^{(1)}_{K \times 1} \\ \underset{\sim}{X}^{(2)} \end{pmatrix}, \ \underset{\sim}{\mu} = \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\mu}^{(1)}_{K \times 1} \\ \underset{\sim}{\mu}^{(2)} \end{pmatrix}, \ \Sigma = \begin{pmatrix} \underset{K \times K}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}.$$

For what choice of the matrix P, the components of the vector $\underset{\sim}{X}^{(2)} - P\underset{\sim}{X}^{(1)}$ are uncorrelated with the components of the vector $\underset{\sim}{X}^{(1)}$?

(A) $-\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$

(B) $\Sigma_{12}\,\Sigma_{22}^{-1}$

(C) $-\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$

(D) $\Sigma_{21}\,\Sigma_{11}^{-1}$

76. Let $\underset{\sim}{X}_\alpha$ (α = 1, 2, ..., N) be N independent observations from $N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$, $\overline{\underset{\sim}{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$, and let $\underset{\sim}{Z}_\alpha$ (α = 1, 2, ..., N) be *i.i.d.* variates distributed according to $N_p(\underset{\sim}{0}, \Sigma)$. Then an unbiased estimator for Σ is given by :

(A) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N-1} (\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})(\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})'$

(B) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{Z}_\alpha \underset{\sim}{Z}_\alpha'$

(C) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} (\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})(\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})'$

(D) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{Z}_\alpha \underset{\sim}{Z}_\alpha'$

74. गाउस-मार्कोव मॉडल के लिए :

$$\underset{\sim}{Y} = X\underset{\sim}{\beta} + \underset{\sim}{u} \text{ जहाँ } E(\underset{\sim}{u}) = (\underset{\sim}{0}) \text{ (शून्य सदिश)}$$

$$, \quad \text{और } E(\underset{\sim}{u}\underset{\sim}{u}') = \sigma^2 I_n$$

किसी आकलनीय फलन $\underset{\sim}{l}'\underset{\sim}{\beta}$ के श्रेष्ठतम आकलक की आकृति $\underset{\sim}{q}'X'\underset{\sim}{Y}$, $\underset{\sim}{q}' = (q_1, q_2, \ldots\ldots, q_p)$ जरूर होनी चाहिए और जो संतुष्ट करता हो समीकरण :

(A) $\underset{\sim}{q}'X'X = \underset{\sim}{l}'$

(B) $\underset{\sim}{q}'X = \underset{\sim}{l}'$

(C) $\underset{\sim}{q}X' = \underset{\sim}{l}'$

(D) $\underset{\sim}{q}'X = \underset{\sim}{l}$

75. मान लीजिए $\underset{\sim}{X} = (X_1, X_2, \ldots\ldots, X_p)'$, $\underset{\sim}{\mu} = E(\underset{\sim}{X})$ और $\Sigma = V(\underset{\sim}{X})$ है। मान लीजिए $\underset{\sim}{X}$, $\underset{\sim}{\mu}$ और Σ को ऐसे विभाजित किया गया :

$$\underset{\sim}{X} = \begin{pmatrix} \underset{\sim}{X}^{(1)}_{K \times 1} \\ \underset{\sim}{X}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \underset{\sim}{\mu} = \begin{pmatrix} \underset{\sim}{\mu}^{(1)}_{K \times 1} \\ \underset{\sim}{\mu}^{(2)} \end{pmatrix}, \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \underset{K \times K}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}.$$

मैट्रिक्स P के किस चयन के लिए, वेक्टर $\underset{\sim}{X}^{(2)} - P\underset{\sim}{X}^{(1)}$ के घटक वेक्टर $\underset{\sim}{X}^{(1)}$ के घटकों के साथ असम्बन्धित हैं ?

(A) $-\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}$

(B) $\Sigma_{12}\Sigma_{22}^{-1}$

(C) $-\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}$

(D) $\Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}$

76. मान लीजिए $\underset{\sim}{X}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, N$), $N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ से N स्वतंत्र प्रेक्षण हैं, $\overline{\underset{\sim}{X}} = \frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{X}_\alpha$, और मान लीजिए *i.i.d.* विचर $\underset{\sim}{Z}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, N$) बंटित हैं $N_p(\underset{\sim}{0}, \Sigma)$ के अनुसार। तब Σ के लिए एक अनभिनत आकलक दिया जाता है...............के द्वारा

(A) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N-1} (\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})(\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})'$

(B) $\frac{1}{N-1}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{Z}_\alpha \underset{\sim}{Z}_\alpha'$

(C) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} (\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})(\underset{\sim}{X}_\alpha - \overline{\underset{\sim}{X}})'$

(D) $\frac{1}{N}\sum_{\alpha=1}^{N} \underset{\sim}{Z}_\alpha \underset{\sim}{Z}_\alpha'$

77. If $A = \begin{pmatrix} \underset{k \times k}{A_{11}} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \sim W_p(n, \Sigma)$, where $\Sigma = \begin{pmatrix} \underset{k \times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$, then the distribution of the $(p - k) \times (p - k)$ symmetric matrix $A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}$:

(A) $W_{p-k}(n - k, \Sigma_{22.1})$ (B) $W_k(n - p + k, \Sigma_{22.1})$

(C) $W_p(n, \Sigma_{22.1})$ (D) $W_{p-k}(n, \Sigma_{22.1})$

where $\Sigma_{22.1} = \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}A_{12}$.

78. Let $\underset{\sim}{\overline{X}}$ and A denote, respectively, the sample mean vector and the Wishart matrix obtained from a random sample $\underset{\sim}{X}_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, ..., N$) drawn from $N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$, and let

$$Y = N(\underset{\sim}{\overline{X}} - \underset{\sim}{\mu})' A^{-1}(\underset{\sim}{\overline{X}} - \underset{\sim}{\mu}).$$

Then $\dfrac{(N-p).Y}{p}$ is distributed as :

(A) Non-central $F_{p, N-p}(N\underset{\sim}{\mu}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{\mu})$ (B) Central $F_{p, N-p}$

(C) Non-central $\chi_p^2(N\underset{\sim}{\mu}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{\mu})$ (D) Central χ_p^2

79. If $\underset{\sim}{X} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$, then the distribution of $\underset{\sim}{X}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{X}$ is :

(A) Univariate normal (B) Multivariate normal

(C) Central Chi-square (D) Non-central Chi-square

80. A sample of size n is drawn from a population of size N by simple random sampling with replacement. Let ν denote the number of distinct units in the sample. Then, the sample mean $\bar{y}_\nu$, based on ν distinct units is :

(A) Biased estimator for population mean

(B) Unbiased estimator for population mean

(C) Unbiased estimator for population total

(D) None of the above

77. यदि $A = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{A_{11}} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \sim W_p(n, \Sigma)$, जहाँ $\Sigma = \begin{pmatrix} \underset{k\times k}{\Sigma_{11}} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{pmatrix}$, तब

$(p - k) \times (p - k)$ सममित आव्यूह $A_{22} - A_{21}A_{11}^{-1}A_{12}$ का बंटन है :

(A) $W_{p-k}(n - k, \Sigma_{22.1})$ (B) $W_k(n - p + k, \Sigma_{22.1})$

(C) $W_p(n, \Sigma_{22.1})$ (D) $W_{p-k}(n, \Sigma_{22.1})$

जहाँ $\Sigma_{22.1} = \Sigma_{22} - \Sigma_{21}\Sigma_{11}^{-1}A_{12}$.

78. मान लीजिए कि $\overline{\underset{\sim}{X}}$ और A क्रमश: प्रतिदर्श माध्य वेक्टर और विशार्ट मैट्रिक्स को निर्दिष्ट करते हैं जो $N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$ से अवतरित किये गये एक यादृच्छिक प्रतिदर्श $\underset{\sim}{X}_\alpha$ $(\alpha = 1, 2, ..., N)$ से प्राप्त होते हैं, और मान लीजिए

$$Y = N(\overline{\underset{\sim}{X}} - \underset{\sim}{\mu})' A^{-1}(\overline{\underset{\sim}{X}} - \underset{\sim}{\mu}) \text{ है।}$$

तब $\dfrac{(N-p).Y}{p}$ किस रूप में बंटित है ?

(A) अकेंद्रीय $F_{p, N-p}$ $(N\underset{\sim}{\mu}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{\mu})$ (B) केंद्रीय $F_{p, N-p}$

(C) अकेंद्रीय $\chi_p^2(N\underset{\sim}{\mu}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{\mu})$ (D) केंद्रीय χ_p^2

79. यदि $\underset{\sim}{X} \sim N_p(\underset{\sim}{\mu}, \Sigma)$, तब $\underset{\sim}{X}'\Sigma^{-1}\underset{\sim}{X}$ का बंटन है :

(A) एकविचर प्रसामान्य (B) बहुचर प्रसामान्य

(C) केंद्रीय काई-वर्ग (D) अकेंद्रीय काई-वर्ग

80. आमाप N की एक समष्टि से, प्रतिस्थापन सहित सरल यादृच्छिक प्रतिचयन के द्वारा, आमाप n का एक प्रतिदर्श निकाला जाता है। मान लीजिए प्रतिदर्श में भिन्न एककों की संख्या ν है। तब, ν भिन्न एककों पर आधारित, प्रतिदर्श माध्य $\overline{y}_\nu$ है :

(A) अभिनत आकलक समष्टि माध्य के लिए

(B) अनभिनत आकलक समष्टि माध्य के लिए

(C) अनभिनत आकलक समष्टि योग के लिए

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

81. If $V_{prop}(\bar{y}_{st})$ is the variance of the estimated mean from a stratified random sample of size n with proportional allocation and $V(\bar{y})$ is the variance of the mean of a simple random sample of size n, then the ratio $V_{prop}(\bar{y}_{st}) / V(\bar{y})$:

(A) Depends on the size of the sample

(B) Depends on the values of the sample

(C) Does not depend on the size of the sample

(D) None of the above

82. In the case of sampling with varying probabilities of selection and without replacement, an unbiased estimator t_n for population mean $\bar{y}_N$ is :

(A) $t_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\pi_i}$

(B) $t_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \pi_i y_i$

(C) $t_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\pi_i}$

(D) $t_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i}{y_i}$

where notations have their standard meaning.

83. If a sample of size 8 is to be selected from a population of size 160 using systematic sampling, then the sampling interval is :

(A) 8

(B) 12

(C) 16

(D) 20

84. In selection of a ratio estimator in preference to a simple random sample mean, it is required that :

(A) $\rho > \frac{C_x}{C_y}$

(B) $\rho > \frac{1}{2}\frac{C_x}{C_y}$

(C) $\rho < \frac{C_x}{C_y}$

(D) $\rho < \frac{1}{2}\frac{C_x}{C_y}$

81. यदि $V_{prop}(\bar{y}_{st})$ आनुपातिक नियतन के साथ आमाप n के स्तरित यादृच्छिक प्रतिदर्श से आकलित माध्य का प्रसरण है, और $V(\bar{y})$ आमाप n के सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श के माध्य का प्रसरण है, तब अनुपात $V_{prop}(\bar{y}_{st})/V(\bar{y})$:

(A) प्रतिदर्श के आमाप पर निर्भर करता है

(B) प्रतिदर्श के मानों पर निर्भर करता है

(C) प्रतिदर्श के आमाप पर निर्भर नहीं करता है

(D) उपर्युक्त में से कोई नहीं

82. प्रतिस्थापन रहित और चयन की परिवर्ती प्रायिकताओं वाले प्रतिचयन के संदर्भ में, समष्टि माध्य $\bar{y}_N$ के लिए एक अनभिनत आकलक t_n है :

(A) $t_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\pi_i}$

(B) $t_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \pi_i y_i$

(C) $t_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{n} \frac{y_i}{\pi_i}$

(D) $t_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \frac{\pi_i}{y_i}$

जहाँ संकेतों का अपना मानक अर्थ है।

83. यदि, क्रमबद्ध प्रतिचयन का प्रयोग करते हुए, आमाप 160 वाली समष्टि से आमाप 8 का एक प्रतिदर्श चुना जाता है, तो प्रतिचयन अन्तराल होगा :

(A) 8

(B) 12

(C) 16

(D) 20

84. सरल यादृच्छिक प्रतिदर्श माध्य की तुलना में, अनुपात आकलक के चयन को वरीयता देने में यह आवश्यक है कि :

(A) $\rho > \frac{C_x}{C_y}$

(B) $\rho > \frac{1}{2} \frac{C_x}{C_y}$

(C) $\rho < \frac{C_x}{C_y}$

(D) $\rho < \frac{1}{2} \frac{C_x}{C_y}$

85. In a symmetrical factorial experiment, if K-factor interactions are aliased only with interactions of at least R – K factors, then the fractional factorial is of resolution :

(A) R (B) R – 1

(C) R + 1 (D) 2R

86. If in a RBD with 5 treatments and 6 replications

Replication Mean Square = 15

Treatment Mean Square = 20

Total Sum of Squares = 355

Then Error Mean Square is :

(A) 40 (B) 20

(C) 15 (D) 10

87. All the main effects and interaction effects of a 2^3 factorial experiment are :

(A) Non-linear orthogonal contrasts (B) Linear non-orthogonal contrasts

(C) Not contrasts (D) Linear orthogonal contrasts

88. In a balanced incomplete block design, the variance of an elementary contrast $(\tau_j - \tau_j', j \neq j')$ under the intrablock analysis is :

(A) $\frac{2k}{\lambda v}\sigma^2$ (B) $\frac{\lambda v}{2k}\sigma^2$

(C) $\frac{k\lambda}{2v}\sigma^2$ (D) $\frac{2v}{k\lambda}\sigma^2$

85. एक सममितीय बहु-उपादानी प्रयोग में, यदि K-फैक्टर अन्योन्यक्रियाएँ उपनामित की जाती हैं केवल कम से कम R – K फैक्टरों की अन्योन्यक्रियाओं के साथ, तब आंशिक बहु-उपादानी किस वियोजन (रिज़ोल्यूशन) का है ?

(A) R
(B) R – 1
(C) R + 1
(D) 2R

86. यदि 5 उपचारों और 6 प्रतिकृतियों के साथ एक RBD में

प्रतिकृति माध्य वर्ग = 15

उपचार माध्य वर्ग = 20

टोटल वर्गों का जोड़ = 355

तब त्रुटि माध्य वर्ग है :

(A) 40
(B) 20
(C) 15
(D) 10

87. एक 2^3 बहु-उपादानी प्रयोग के सभी मुख्य प्रभाव और अन्योन्यक्रिया प्रभाव हैं : .

(A) अरैखिक लांबिक विपर्यास
(B) रैखिक अस्वतंत्र विपर्यास
(C) विपर्यास नहीं
(D) रैखिक लांबिक विपर्यास

88. एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना में, खंडांतर्गत विश्लेषण के अन्तर्गत एक प्रारंभिक विपर्यास $(\tau_j - \tau_{j'}, j \neq j')$ का प्रसरण है :

(A) $\frac{2k}{\lambda v}\sigma^2$
(B) $\frac{\lambda v}{2k}\sigma^2$
(C) $\frac{k\lambda}{2v}\sigma^2$
(D) $\frac{2v}{k\lambda}\sigma^2$

89. If no main effects are aliased with any other main effect or with any two-factor interaction, but two-factor interactions are aliased with each other. The resolution of this design is :

(A) III (B) IV

(C) V (D) VII

90. A necessary and sufficient condition for a balanced incomplete block design to be affine resolvable design is :

(A) $b = v + r - 1$ (B) $b \geq v + r - 1$

(C) $b \geq v$ (D) $b \leq v + r - 1$

91. Which of the following is *not correct* ?

(A) In the generalized queuing model, an arrival can be considered as births, whereas a departure can be looked upon as a death

(B) When the waiting customer becomes impatient and decides to leave the queue, the customer is said to have reneged

(C) The distribution of waiting time is not related to queue discipline used in selecting the waiting customers for service

(D) The probability of n customers arriving during a time interval t, according to Poisson law, is given by $P(n)e^{-\lambda t} (\lambda t)^n/n!$

89. यदि कोई मुख्य प्रभाव किसी अन्य मुख्य प्रभाव के साथ या किसी दो-फैक्टर अन्योन्यक्रिया के साथ उपनामित नहीं होता है, लेकिन दो-फैक्टर अन्योन्यक्रियाएँ आपस में एक दूसरे के साथ उपनामित होती हैं, तब इस अभिकल्पना का वियोजन (रिज़ोल्यूशन) है :

(A) III
(B) IV
(C) V
(D) VII

90. एक संतुलित अपूर्ण खंडक अभिकल्पना के अफ़ाइन रिजोल्वेबल अभिकल्पना होने के लिए एक आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबंध है :

(A) $b = v + r - 1$
(B) $b \geq v + r - 1$
(C) $b \geq v$
(D) $b \leq v + r - 1$

91. निम्नलिखित में से कौनसा सही **नहीं** है ?

(A) व्यापकीकृत पंक्ति निदर्श में, एक आगामी को जन्म की तरह विचारा जा सकता है, जबकि एक अपगामी को एक मृत्यु की तरह देखा जा सकता है

(B) जब प्रतीक्षा करता हुआ ग्राहक आतुर हो जाता है और पंक्ति छोड़ने का निश्चय कर लेता है, तब इसे ग्राहक का मुकर जाना कहते हैं

(C) प्रतीक्षा काल का बंटन पंक्ति अनुशासन, जिसको सेवा की प्रतीक्षा करने वाले ग्राहकों का चयन करने में प्रयोग किया जाता है, से संबंधित नहीं है

(D) प्वासों नियम के तहत एक समय अन्तराल t के दौरान n ग्राहकों के आने की प्रायिकता दी जाती है $P(n) = e^{-\lambda t} (\lambda t)^n/n!$ के द्वारा

92. Suppose that system 1 has two components C_1 and C_2 in series while system 2 has two components C_3 and C_4 in parallel. The components C_1, C_2, C_3 and C_4 have independent and identically distributed life times each being exponential with mean 1. Suppose $S_i(t)$ and $h_i(t)$ are the survival and hazard rate function, respectively, for the ith system, $i = 1, 2$. Then which of the following statements is *true* ?

(A) $h_1(t) > h_2(t)$ for all $t > 0$

(B) $S_1(t) < S_2(t)$ for all $t > 0$

(C) The expected life time of the system 2 is 1

(D) The expected life time of the system 1 is 1

93. Suppose T follows exponential distribution with unit mean. Which of the following statements is *correct* ?

(A) The hazard function of T is a constant function

(B) The hazard function of T^2 is a constant function

(C) The hazard function of T^3 is the identity function

(D) The hazard function of T is the identity function

94. A parallel system consists of n identical components. The lifetimes of the components are independent, identically distributed uniform random variables with mean 30 hours and range 60 hours. If the expected lifetime of the system is 50 hours, then the value of n is :

(A) 3 (B) 5

(C) 4 (D) 6

92. मान लीजिए कि तंत्र 1 में दो घटक C_1 और C_2 श्रेणी में हैं जबकि तंत्र 2 में दो घटक C_3 और C_4 समान्तर में हैं। घटकों C_1, C_2, C_3 और C_4 के आयुकाल स्वतंत्र सर्वथासमान बंटित चरघातांकी माध्य 1 के साथ हैं। मान लीजिए $S_i(t)$ तथा $h_i(t)$ क्रमशः उत्तरजीविता तथा संकटग्रस्तता दर फलन हैं iवें ($i = 1, 2$) तंत्र के लिए। तब निम्नलिखित कथनों में से कौनसा **सही** है ?

(A) $h_1(t) > h_2(t)$ सभी $t > 0$ के लिए (B) $S_1(t) < S_2(t)$ सभी $t > 0$ के लिए

(C) तंत्र 2 का प्रत्याशित आयुकाल 1 है (D) तंत्र 1 का प्रत्याशित आयुकाल 1 है

93. मान लीजिए T इकाई माध्य के साथ चरघातांकी बंटन का अनुसरण करता है। निम्नलिखित कथनों में से कौनसा **सही** है ?

(A) T का संकटग्रस्तता फलन एक स्थिर फलन है

(B) T^2 का संकटग्रस्तता फलन एक स्थिर फलन है

(C) T^3 का संकटग्रस्तता फलन तत्समक फलन है

(D) T का संकटग्रस्तता फलन तत्समक फलन है

94. एक समांतर तंत्र में n सर्वथासमान घटक हैं। घटकों के आयुकाल स्वतंत्र सर्वथासमानतः बंटित एकसमान यादृच्छिक चर हैं, माध्य 30 घंटों और परास 60 घंटों के साथ। यदि तंत्र का प्रत्याशित आयुकाल 50 घंटे है, तो n का मान है :

(A) 3 (B) 5

(C) 4 (D) 6

95. Parametric Linear Programming :

(A) Maximizes the additional computational effort required to obtain the indicated results

(B) Helps in determining the feasible as well as optimum solution a Linear Programming Problem

(C) Does not investigate the behaviour of the optimum solution as a result of pre-determined linear variations in the parameters of the problem

(D) Assumes that there can never be an unbounded solution

96. Which of the following is *not correct* ?

(A) In dual simplex method, the procedure ends at the iteration when feasibility is reduced

(B) Duality does not play any role in the Post-Optimal Analysis of a Linear Programming Problem

(C) The optimum simplex table provides information about the status and worth of the resources in addition to the optimum values of the decision variables

(D) Using dual simplex method, we can never have an unbounded solution

97. A necessary and sufficient condition for a basic feasible solution to a minimization Linear Programming Problem to be an optimum is that (for all j) :

(A) $z_j - c_j = 0$

(B) $z_j - c_j \leq 0$

(C) $z_j - c_j \geq 0$

(D) $z_j - c_j > 0$ or $z_j - c_j < 0$

95. प्राचलिक रैखिक प्रोग्रामन :

(A) सूचित परिणामों को प्राप्त करने में अपेक्षित अतिरिक्त अभिकलनात्मक प्रयास को उच्चतम सीमा तक बढ़ा देता है

(B) एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या का सुसंगत एवं अनुकूलतम हल निर्धारित करने में सहायता करता है

(C) समस्या के प्राचलों में पूर्वनिर्धारित रैखिक परिवर्तनों के कारण अनुकूलतम हल के आचरण का पता नहीं लगाता है

(D) यह कल्पना कर लेता है कि अपरिबद्ध हल कभी भी नहीं हो सकता है

96. निम्नलिखित में से कौनसा सही **नहीं** है ?

(A) द्वैत एकल विधि में, प्रक्रिया समाप्त हो जाती है उस पुनरावृत्ति पर जहाँ सुसंगतता कम हो जाती है

(B) एक रैखिक प्रोग्रामन के इष्टतमोपरांत विश्लेषण में द्वैतवाद कोई भूमिका नहीं निभाता है

(C) अनुकूलतम एकल तालिका निर्णय चरों के अनुकूलतम मानों के साथ संसाधनों की वस्तुस्थिति और महत्व के बारे में सूचना प्रदान करती है

(D) द्वैत एकल विधि का उपयोग करके, हम कभी भी एक अपरिबद्ध हल प्राप्त नहीं कर सकते

97. एक न्यूनतमीकरण रैखिक प्रोग्रामन समस्या के एक मूल सुसंगत हल के अनुकूलतम होने के लिए एक आवश्यक और पर्याप्त प्रतिबन्ध है कि (सभी j के लिए) :

(A) $z_j - c_j = 0$

(B) $z_j - c_j \le 0$

(C) $z_j - c_j \ge 0$

(D) $z_j - c_j > 0$ या $z_j - c_j < 0$

98. Which of the following is *not correct* ?

(A) Simplex method requires that all the constraints should be first converted into equations

(B) Simplex method is an iterative process which involves the substitution of variables for obtaining successively better solutions

(C) For solving a Linear Programming Problem by simplex method, it is essential that all variables involved are non-negative

(D) Solution by Simplex method requires that a Linear Programming Problem should have at least one non-negative values in the right hand side of the contraints

99. Which of the following statements is/are *correct* ?

I. If both the primal and the dual problems have feasible solutions, then both have optimal solutions and maximize Z (Primal objective) = Minimize W (Dual objective).

II. If either the primal or the dual problem has an unbounded solution, then the solution to the other problem is infeasible.

III. The dual of the dual is the primal.

IV. If the primal problem contains a large number of rows (constraints) and a smaller number of columns (variables), the computational procedure can be considerably reduced by converting it into dual and then solving it.

(A) Only III

(B) III and IV

(C) All of the above

(D) None of these

100. An objective function in a Linear Programming Problem can be of which of the following ?

(A) An uncertain quantity

(B) A maximization problem

(C) A quadratic maximization problem

(D) A non-linear maximization problem

98. निम्नलिखित में से कौनसा सही **नहीं** है ?

(A) एकधा विधि में यह अपेक्षित है कि सभी व्यवरोधों को पहले समीकरणों में बदल दिया जाना चाहिए

(B) एकधा विधि एक पुनरावर्ती प्रक्रम है जिसमें उत्तरोत्तर बेहतर हल प्राप्त करने के लिए चरों का प्रतिस्थापन किया जाता है

(C) एकधा विधि से रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल निकालने के लिए यह आवश्यक है कि सभी शामिल चर ऋणेतर हों

(D) एकधा विधि से हल निकालने के लिए यह अपेक्षित है कि एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में व्यवरोधों के दक्षिण पथ में कम से कम एक मान ऋणेतर होना चाहिए

99. निम्नलिखित कथनों में से कौनसा/से **सही** है/हैं ?

I. यदि आद्य और द्वैत समस्याएँ दोनों संगत हल रखती हैं, तब दोनों इष्टतम हल रखेंगी और maximize Z (आद्य उद्देश्य) = Minimize W (द्वैत उद्देश्य)।

II. यदि या तो आद्य या द्वैत समस्या का अपरिबद्ध हल हो, तब अन्य समस्या का हल अव्यवहार्य होता है।

III. द्वैत का द्वैत आद्य होता है।

IV. यदि आद्य समस्या में अधिक संख्या में पंक्तियाँ (व्यवरोधाएँ) और कम संख्या में स्तंभ (चर) हैं, तो इसको द्वैत में रूपांतरित करके और फिर इसको हल करके, अभिकलनी प्रक्रिया बड़े पैमाने पर कम की जा सकती है।

(A) केवल III

(B) III और IV

(C) उपर्युक्त सभी

(D) इनमें से कोई नहीं

100. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में एक उद्देश्य फलन निम्न में से कौनसा हो सकता है ?

(A) एक अनिश्चित राशि

(B) एक अधिकतमीकरण समस्या

(C) एक द्विघाती अधिकतमीकरण समस्या

(D) एक अरैखिक अधिकतमीकरण समस्या